

一種利用二維矩陣分割的正交分頻多工接取上鏈系統之載波偏移估測法

許晉維

國立聯合大學電子工程學系

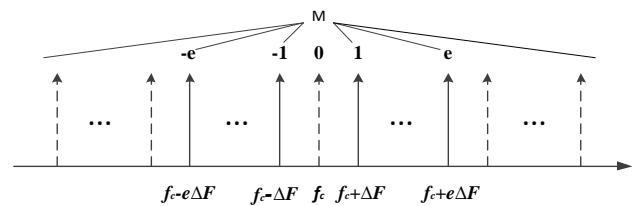
摘要 — 正交分頻多工接取技術已成為目前許多無線傳輸系統所採用的重要技術標準，然而，在實際環境中各項影響所造成載波頻率偏移問題，使得子載波間的正交性遭到破壞，進而使系統效能大幅降低。為此如何估計並補償載波頻率偏移成為正交分頻多工系統之重要課題。本文以引導符碼為依據，使用最大似然原則演算法之空載波建構多維成本函數，藉以估算所有用戶的載波頻率偏移及演算法之效能，並提出一利用矩陣分割的 CFO 估測技術。

一、簡介

正交分頻多工接取 (orthogonal frequency division multiplexing access, OFDMA) 技術[1]-[2]是以正交多頻分工(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)為基礎的一種多重接取技術，其具有高頻譜效能(bandwidth efficiency)、高鏈結品質(link quality)及抗頻率選擇多路徑(frequency-selective multipath)失真等特性，使其成為許多無線通訊(wireless communication)系統採用之技術標準，如：第四代行動電話行動通訊標準(fourth generation of mobile phone mobile communications standards, 4G)[3]及全球互通微波存取(Worldwide Interoperability for Microwave Access, WiMAX)[4]...等。OFDM 技術[5]-[6]利用子載波(subcarrier)間正交的特性，能有效地降低子載波間干擾(intercarrier interference, ICI)。然而，在實際環境中因傳輸與接收端振盪器(oscillator)不匹配或因都卜勒偏移(Doppler shifts)所造成之載波頻率偏移(carrier frequency offset, CFO)問題[7]-[8]，導致子載波間的正交性遭到破壞，進而產生嚴重的符際干擾(inter-symbol interference, ISI) 及多重接取干擾 (Multiple-Access Interference, MAI)，使得系統效能大幅降低。為了確保通信品質，如何估計並補償載波頻率偏移變成為正交分頻多工系統之重要研究課題。以引導符碼(pilot symbols)[1]，[9]為依據之結合通道與載波頻率偏移估計演算法(joint channel and CFO estimation)，在許多文獻中已證明，在適當的通道環境中，訊雜比(signal-to-noise ratio, SNR)，能有效地估計出通道與載波頻率偏移。基於最大似然(maximum likelihood, ML)原則演算法，利用虛載波(null subcarriers)建構多維成本函數(multidimensional cost function)，藉以估算所有用戶的載波頻率偏移，為大家熟知且為常用之架構。在本論文中，將以 ML 為依據探討多用戶下演算法之效能，並提出一新穎的 CFO 估測技術。

二、 OFDMA 上鏈系統模型

假設一 OFDMA 上鏈之子載波總數為 N ，當中僅有 M 個子載波被用來傳遞資料(data)，剩下的 n 個設為虛載波(null subcarriers)，子載波頻域分布如圖一所示。此 M 個調變子載波分配給 K 個用戶(user)，每個用戶只佔據特定子載波，且不同的用戶隨機佔用不同的子載波位置及個數。



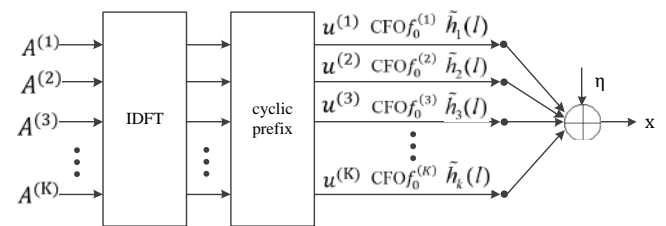
圖一：子載波頻域分布圖

假設第 k 個用戶所使用的子載波集合為 S_k 來傳遞資料 $A^{(k)}(n) (n \in S_k)$ ， $S_k = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ， $S_k \cap S_j = \emptyset (k \neq j, \emptyset \text{ 為空集合})$ ，且 $\cup_{k=1}^K S_k = \mathbb{N}$ ，並將其他載波設為虛載波。故，用戶 k 所用的 OFDM 符號(OFDM symbol)如下：

$$A^{(k)} = \left(A^{(k)}(0), A^{(k)}(1), \dots, A^{(k)}(N-1) \right)^T \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

而

$$A^{(k)}(n) = \begin{cases} A^{(k)}(n), & n \in S_k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$



圖二：多用戶 OFDMA 上鏈模型

多用戶 OFDMA 上鏈模型如圖二所示，由於用戶端與接收端間振盪器不匹配及都普勒效應造成載波不匹配的現象，也就是載波頻率偏移 $\epsilon^{(k)}$ ，進而形成符際干擾。為減低符際干擾，吾人將頻域中的資料序列 $A^{(k)}$ 經過離散反傅立葉轉換(discrete Fourier transform, IDFT)後，加上循環字首(cyclic prefix, CP) 來減低該效應。令 $A^{(k)}$ 的

IDFT 為 u_k ，將一長度為 L 的循環字首加到 u_k 再進行傳送，並令從用戶 k 到接收端之間的通道響應(channel response)為:

$$\tilde{h}_k(n) = [\tilde{h}_k(0), \tilde{h}_k(1), \dots, \tilde{h}_k(L_k)]^T \quad (3)$$

當 $\varepsilon^{(k)}$ 經過子載波的單範化(normalize)後，去除與 CP 相對應的部分，接收端信號即為 K 個用戶信號之和:

$$\begin{aligned} x(n) &= \sum_{k=1}^K \omega^{\varepsilon^{(k)}n} \sum_{l=0}^{L_k} \tilde{h}_k(l) u_k(n-l-\tau_k) + \eta(n) \\ &= \sum_{k=1}^K \omega^{\varepsilon^{(k)}n} \sum_{l=0}^{L_k+\tau_k} \tilde{h}_k(l-\tau_k) u_k(n-l) + \eta(n) \end{aligned} \quad (4)$$

$n = 0, 1, \dots, N-1$

其中 $\omega = e^{j2\pi/N}$ ($j = \sqrt{-1}$)， τ_k 是在非同步系統(asynchronous system)中第 k 個用戶的相對時間延遲(relative time delay)， $\eta(n)$ 是高斯白色雜訊列向量， $u^{(k)}(n) = u^{(k)}(N+n)$ ， $n = -L_k, \dots, -1$ (CP)。若 L 符合 $L_k + \tau_k \leq L$ ，(4)便可改寫為:

$$x(n) = \sum_{k=1}^K \omega^{\varepsilon^{(k)}n} \sum_{l=0}^L \tilde{h}_k(l) u_k(n-l) + \eta(n) \quad (5a)$$

或

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K \left(\sum_{m=0}^{N-1} H_k(m) A^{(k)}(m) \omega^{mn} \right) \cdot \omega^{\varepsilon^{(k)}n} + \eta(n) \quad (5b)$$

$n = 0, 1, \dots, N-1$

$H_k(m)$ 為 \tilde{h}_k 之 DFT。

為簡化流程，將(5b)改寫如下:

$$\begin{aligned} x(n) &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\sum_{k=1}^K H_k(m) A^{(k)}(m) \omega^{mn} \right) \cdot \omega^{\varepsilon^{(k)}n} + \eta(n) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} H_{r_m}(m) A^{(r_m)}(m) \omega^{mn} \omega^{\varepsilon^{(r_m)}n} + \eta(n) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \alpha(m) \omega^{mn} \omega^{\varepsilon^{(r_m)}n} + \eta(n) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\alpha(m) = H_{r_m}(m) A^{(r_m)}(m)$ 。

三、最大似然法估測 CFO

由於每個用戶 k 僅使用 R_k 個子載波，並將其餘的子載波設為虛載波，其中 $R_k \subset S_k$ 。當 $R = \bigcup_{k=1}^K R_k$ ，且 $m \in R$ 時，則 $\alpha(m) \neq 0$ ，並令 R 中的元素個數為 M ，而 R 中的每個元素為 q_j ， $j=1, 2, \dots, M$ ，而每個使用者 k 所使用的元素位置則為 $q_i^{(k)}$ ，其中 $q_i^{(k)} \subset q_j$ ，且 $q_i^{(a)} \cap q_j^{(b)} = \emptyset$ 。

將(6)進一步以向量的形式寫成:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Q}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}) \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\eta} \quad (7)$$

其中:

$$\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T \quad (8a)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha(q_1), \alpha(q_2), \dots, \alpha(q_M)]^T \quad (8b)$$

$$\boldsymbol{\eta} = [\eta(0), \eta(1), \dots, \eta(N-1)]^T \quad (8c)$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\hat{f}^{(1)}, \hat{f}^{(2)}, \dots, \hat{f}^{(K)}]^T \quad (8d)$$

而

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{N} \left[E(f^{(1)}) \mathbf{F} \mathbf{J}_1, E(f^{(2)}) \mathbf{F} \mathbf{J}_2, \dots, E(f^{(K)}) \mathbf{F} \mathbf{J}_k \right] \quad (9a)$$

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}_k) = \text{diag}[1, \omega^{\varepsilon_k}, \dots, \omega^{(N-1)\varepsilon_k}] \quad (9b)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega & \dots & \omega^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega^{(N-1)} & \dots & \omega^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (9c)$$

$$\mathbf{J}_k = \text{diag}[q_i^{(k)}] \quad (9d)$$

由於雜訊為高斯白色雜訊， $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 利用二維最大似然法可得:

$$(\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_1) = \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\varepsilon}} \|\mathbf{x} - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon}) \boldsymbol{\alpha}\|^2 \quad (10)$$

假設 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 為定值時，則(10)取得最小值為:

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = (\mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon})^H \mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon}))^{-1} \mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon})^H \mathbf{x} \quad (11)$$

其中 $(\cdot)^H$ 表示為 Hermitian transpose。

將(11)代入(10)，經過運算後可得到 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的最大似然估測值為:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_1 &= \arg \max_{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{x}^H \mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon}) (\mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon})^H \mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon}))^{-1} \mathbf{Q}(\boldsymbol{\varepsilon})^H \mathbf{x} \\ &= \arg \max_{\boldsymbol{\varepsilon}} \left\{ \mathbf{x}^H \left\| \mathbf{P}_Q(\boldsymbol{\varepsilon}_0) \right\| \mathbf{x} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

四、系統模擬

本節吾人以電腦模擬並利用 MSE 分析以 ML 為依據之 OFDMA 系統演算法效能，並藉由其結果，探討一嶄新的 CFO 估測技巧。以下所使用的 SNR 為:

$$\text{SNR} = -10 \log_{10}(\mathbf{P}_n) \quad (13)$$

其中 \mathbf{P}_n 為雜訊功率。

估測均方誤差(MSE)的計算為:

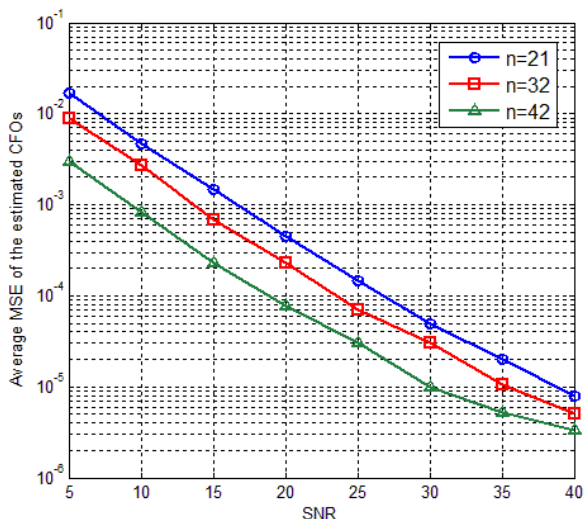
$$\begin{aligned} \text{MSE} &= E \left[|\boldsymbol{\varepsilon} - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}|^2 \right] \\ &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P |\boldsymbol{\varepsilon} - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

其中 P 為總共重複執行的次數。

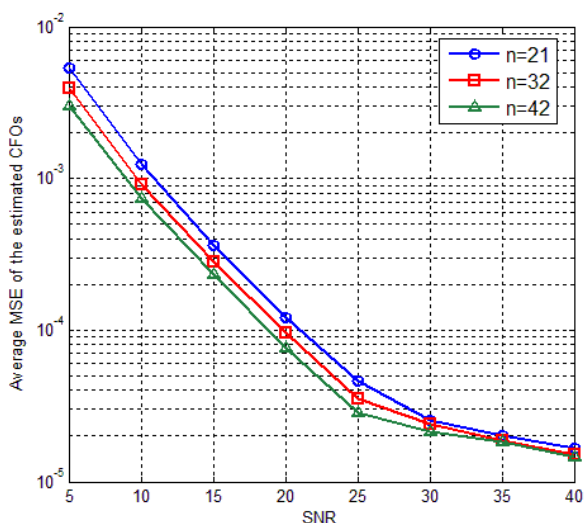
模擬中使用一擁有 128 個子載波($N=128$)OFDMA 系統，並假設其有效通道 $\tilde{h}^{(k)}(l)$ 為瑞雷衰減(Rayleigh fading)通道，通道間非相依且脈衝響應皆是正規化的($\|\tilde{h}^{(k)}(l)\| = 1$)，實驗次數為 1000 次，取樣精細度為 10^{-3} 。為避免 \mathbf{Q} 在 ± 0.5 時產生奇異(singular)矩陣，因此考慮所有的 CFO 介於 $[-0.4, 0.4]$ 。

3.1 多用戶 CFO 估測對空載波之系統效能

在此對兩用戶系統進行 CFO 估測，並在不同空載波的狀況下對系統取平均 MSE 對 SNR 圖，兩用戶之單範化 CFO 值皆隨機均勻分布於[-0.4,0.4]之間，每次試驗中其值不變。模擬結果如圖四、圖五所示。其中空載波數(n)分別為 21、32、42。由圖四、圖五中可以明顯發現，估計誤差隨著空載波數的增加而降低，而不同的訊噪比條件的曲線也表明了高訊噪比具有更好的收斂性。



圖三 User 1 之 MSE 對 SNR 圖

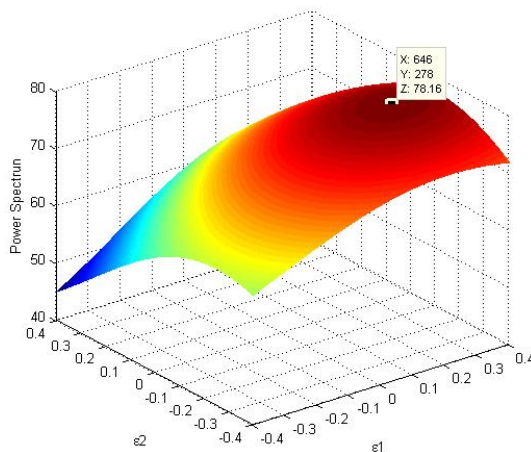


圖四 User 2 之 MSE 對 SNR 圖

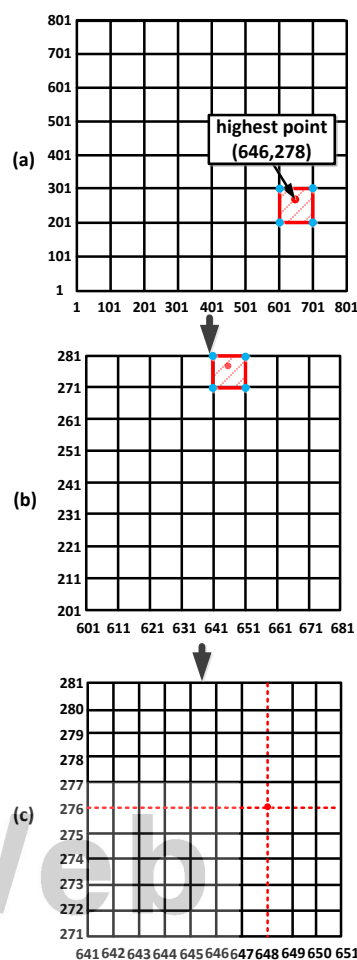
3.2 利用二維矩陣分割之 CFO 估測

本段使用一兩用戶之系統，其單範化 CFO 值分別為 -0.123、0.245，由兩用戶之功率頻譜所建構起來的二維矩陣描繪之三維圖形如圖五所示。當兩用戶之 CFO 值估測正確，三維圖中便會出現最高值，以往的估測技術為針對該二維矩陣逐點掃描尋找最大值點來估測 CFO，但隨著取樣精細度的提高，需要掃描的點數也隨之倍增，系統整體效率也大幅降低。在此提出一藉由將矩陣分割為小區塊，將所需掃描的點數大幅降低之技術，藉此提升估測效率。以圖六為例，圖六(a)為一取樣精細度為 10^{-3} ，CFO 估測範圍介於[-0.4,0.4]之間之二維矩陣。先將之分割為橫縱皆有 9 條線之矩陣，每條線的間距為 100，

利用這些分割線中擁有最大值的四個點之位置做為初步判斷 CFO 位置的參考，本例中最大值位置如圖中藍點所示，將這些點所圍繞之區域取出後，重複上述分割步驟，將間距改為 10，可得到如圖六(b)之結果，最後圖六(c)中，橫縱分割線所交之最高點即為估測 CFO 之位置。以如此之步驟可將原先在取樣率必須完整掃描 10^6 個點數，簡化為只需掃描 281 個點，藉此大幅提升搜索的效率。



圖五 兩用戶頻譜三維圖型

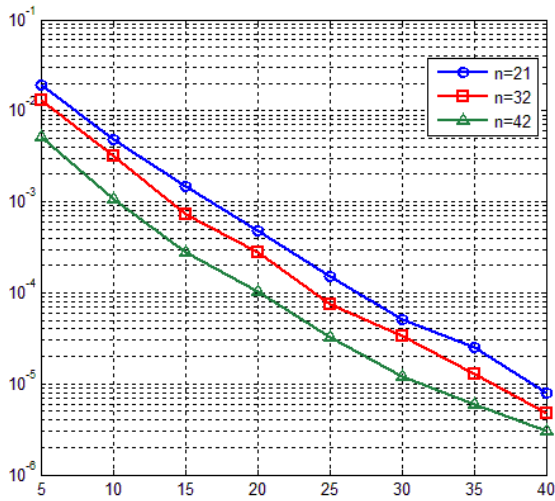


圖六 二維矩陣分割法

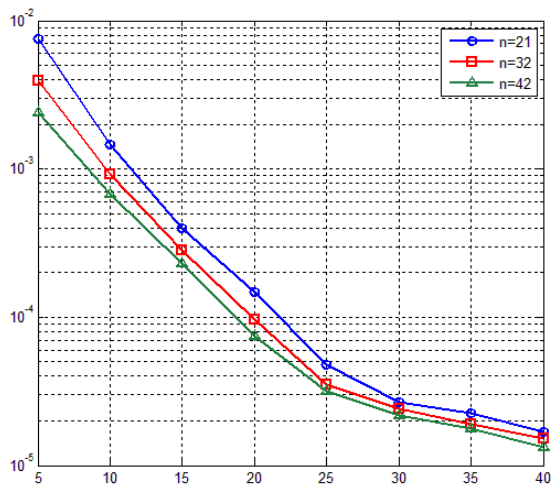
圖七與圖八是以矩陣分割法，對與前段所使用的參數相同之系統進行 CFO 估測後，做 MSE 對 SNR 圖的結

果，由圖中可以發現，其系統效能與未使用該法前十分接近。但在執行時間上，以矩陣分割判斷 CFO 位置所需的時間約為逐點掃描的 1/3，確實提升了系統的效率。

- [8] M. Morel, "Timing and frequency synchronization for the uplink of an OFDMA system," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 2, pp. 296-306, Feb. 2004.
- [9] W. Zhang, Z. Zhang, C. Tellambura, "Optimal Pilots for Frequency Offset and Channel Estimation in OFDMA Uplink", in *IEEE Proc. GLOBECOM 2008*, pp. 1-5, 2008



圖七 以矩陣分割法 User 1 之 MSE 對 SNR 圖



圖八 以矩陣分割法 User 2 之 MSE 對 SNR 圖

參考文獻

- [1] Y. Zeng and A. R. Leyman, "Pilot-based simplified ML and fast algorithm for frequency offset estimation in OFDMA Uplink" *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 3, pp.1723-1732, May 2008.
- [2] D. Huang and K. B. Letaif, "An interference-cancellation scheme for carrier frequency offsets correction in OFDMA systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 7, pp. 1155-1165, Jul. 2005.
- [3] H. Hsinshuke and P. Ramjee, *Multicarrier Techniques for 4G Mobile Communications*, Artech House, Boston London, 2003.
- [4] Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems, *IEEE P802.16e/D8*, May 2005.
- [5] J. Van de Beek, M. Sandell, and P. O. Borjesson, "ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 45, no. 7, pp. 1800-1805, Jul. 1995.
- [6] X. Ma, C. Tepedelenlioglu, G. B. Giannakis, and S. Barbarssa, "Non-data aided carrier frequency estimators for OFDM with null subcarriers: Identifiability, algorithms, and performance," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 19, no. 12, pp. 2504-2515, Dec. 2001.
- [7] D. Huang and K. B. Letaief, "Carrier frequency offset estimation for OFDM systems using null subcarriers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 5, pp. 813-823, May 2006.