

# 艦載相列雷達船體搖晃預測及補償法則研析

馬杰\*<sup>a</sup>、劉宸志<sup>a</sup>  
元智大學通訊工程學系<sup>a</sup>  
元智大學通訊驗究中心\*

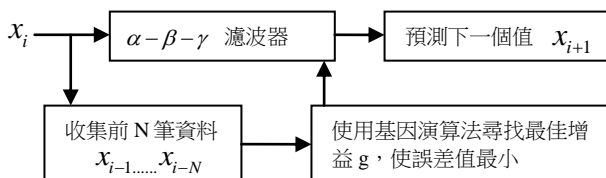
**摘要** —由於艦艇受到海面起伏的影響，造成船體橫搖(roll)、縱搖(pitch)、平擺(yaw)運動與方向角度(heading angle)變動，使得艦載相列雷達天線波束指向產生誤差。本文以適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器演算法進行艦載相列雷達天線波束指向誤差估測與補償研究，採用基因演算法(Genetic Algorithms, GA)來尋找適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器的最佳增益值。最後並以船搖數學模型，評估適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器演算法之波束指向誤差估測性能。

**關鍵詞:** 適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器、基因演算法、橫搖、縱搖、艦載相列雷達

## 一、簡介

由於艦艇受到海面起伏的影響，造成船體橫搖、縱搖、平擺運動與方向角度變動，使得艦載相列雷達天線波束指向產生誤差 [1]。本文以模擬之船搖信號，進行艦載相列雷達天線波束指向誤差估測與補償機制的適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器演算法可行性評估軟體模擬研究，利用基因演算法來尋找 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器的最佳增益值。

## 二、適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器



圖一：適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器

適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器之系統方塊圖，如圖一所示。當適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器應用於船搖估測，其參數如表一所示。當適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 濾波器應用於目標位置、速度及加速度的預測，其參數如表二所示。表中之最佳濾波器增益(Optimal Filter Gains)介於0到1之間( $0 < g < 1$ )。利用基因演算法可以找到最適當的 $g$ ，並且讓誤差值為最小，但不一定每次執行時 $g$ 都會一樣，而產生的世代越多，所找尋的 $g$ 及誤差值會較佳。[4]

表一 船搖估測最佳濾波器增益 ( $0 < g_1 < 1$ )

$\alpha_1-\beta_1-\gamma_1$ 濾波器	
$\alpha_1$	$1 - g_1^3$
$\beta_1$	$1.5(1 + g_1)(1 - g_1)^2$
$\gamma_1$	$(1 - g_1)^3$

適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 三階濾波器用於船搖補償處理之預測(prediction)方程式為:

$$\hat{\theta}(k) = \theta_e(k-1) + T\omega_e(k-1) + \frac{T^2}{2}a_e(k-1) \quad (1)$$

$$\hat{\omega}(k) = \omega_e(k-1) + Ta_e(k-1) \quad (2)$$

$$\hat{a}(k) = a_e(k-1) \quad (3)$$

估測(estimation)方程式為:

$$\theta_e(k) = \hat{\theta}(k) + \alpha_1[\theta_m(k) - \hat{\theta}(k)] + n_1(k) \quad (4)$$

$$\omega_e(k) = \hat{\omega}(k) + \frac{\beta_1}{T}[\theta_m(k) - \hat{\theta}(k)] \quad (5)$$

$$a_e(k) = \hat{a}(k) + \frac{\gamma_1}{2T^2}[\theta_m(k) - \hat{\theta}(k)] \quad (6)$$

其中 $\theta$ 為橫搖或縱搖之角位移， $\omega$ 為角速度， $a$ 為角加速度， $n_1$ 為白色高氏雜訊， $T = 0.01$ 秒。

表二

目標位置預測最佳濾波器增益( $0 < g_2 < 1$ )

$\alpha_2-\beta_2-\gamma_2$ 濾波器	
$\alpha_2$	$1 - g_2^3$
$\beta_2$	$1.5(1 + g_2)(1 - g_2)^2$
$\gamma_2$	$(1 - g_2)^3$

適應性 $\alpha-\beta-\gamma$ 三階濾波器用於空中目標追蹤之預測方程式為:

$$\hat{X}(k) = X_e(k-1) + TV_e(k-1) + \frac{T^2}{2}A_e(k-1) \quad (7)$$

$$\hat{V}(k) = V_e(k-1) + TA_e(k-1) \quad (8)$$

$$\hat{A}(k) = A_e(k-1) \quad (9)$$

估測方程式為:

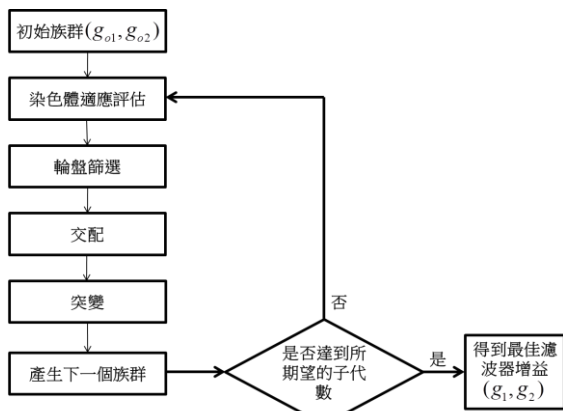
$$X_e(k) = \hat{X}(k) + \alpha_2[X_m(k) - \hat{X}(k)] + n_2(k) \quad (10)$$

$$V_e(k) = \hat{V}(k) + \frac{\beta_2}{T}[X_m(k) - \hat{X}(k)] \quad (11)$$

$$A_e(k) = \hat{A}(k) + \frac{\gamma_2}{2T^2}[X_m(k) - \hat{X}(k)] \quad (12)$$

其中 X 為位移，V 為速度，A 為加速度， $n_2$  為白色高氏雜訊， $T = 0.01$  秒。

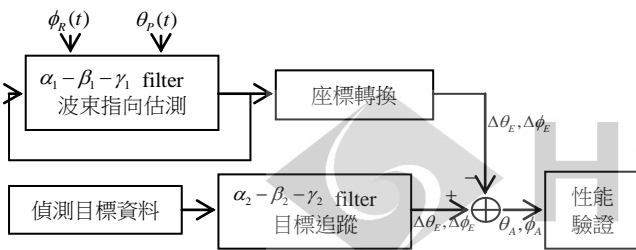
基因遺傳演算法[6][7]以擇優(Selection)、交配(Crossover)、突變(Mutation)等尋優過程產生最佳的參數估測值。基因遺傳演算法尋找最佳解，解決數學極大、極小值的問題。基因遺傳演算法之優點在尋優化的過程中，可以避免陷入局部最佳點，使它能找到全域最佳點，主要是有突變的能力所致。基因演算法流程如圖二所示，其中  $g_{o1}$ 、 $g_{o2}$  分別為船搖估測與目標追蹤估測之初使增益值。



圖二 基因演算法流程圖

三、艦載相列雷達天線船體運動預測及補償

圖三為艦載相列雷達天線船體運動預測及補償系統方塊圖，艦載相列雷達除了要對海浪造成的搖晃進行姿態角的補償之外，也需要在空中目標移動的狀態下，進行目標物的追蹤，由於雷達之相列天線固定於船體上，相列雷達之  $\alpha_2 - \beta_2 - \gamma_2$  濾波器採用大地坐標系，而波束控制採用船體座標系統，因此需要透過尤拉角公式[2]，進行大地座標與船體座標的轉換，將兩座標依 X、Y 及 Z 軸旋轉，旋轉的角度依序為橫搖(roll,  $\phi$ )、縱搖(pitch,  $\theta$ )及平擺(yaw,  $\psi$ )。[1][3][5]



圖三：艦載相列雷達天線船體運動預測及補償系統方塊圖

假設目標天線波束指向角度(beam steering angle)為  $(\phi_0, \theta_0)$ ，船搖使天線波束指向誤差，使指向角度偏移  $(\phi_e, \theta_e)$ ，則當前天線波束指向角度  $(\phi_E, \theta_E)$  為:

$$\begin{aligned} \phi_E &= \phi_0 + \phi_e \\ \theta_E &= \theta_0 + \theta_e \end{aligned} \quad (13)$$

如果波束指向誤差預測為  $(\Delta\phi_E, \Delta\theta_E)$ ，則修正後波束指向角度  $(\phi_{EC}, \theta_{EC})$  為:

$$\begin{aligned} \phi_{EC} &= \phi_0 + \phi_e - \Delta\phi_E \\ \theta_{EC} &= \theta_0 + \theta_e - \Delta\theta_E \end{aligned} \quad (14)$$

使天線波束指向角趨近  $(\phi_0, \theta_0)$ ，及補償回所設定的目標天線指向角度。

大地座標轉換為船體座標之公式如下:

$$\begin{bmatrix} \sin\theta_A \cos\phi_A \\ \sin\theta_A \sin\phi_A \\ \cos\theta_A \end{bmatrix} = T(\phi)T(\theta)T(\psi) \begin{bmatrix} \sin\theta_E \cos\phi_E \\ -\sin\theta_E \sin\phi_E \\ \cos\theta_E \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中座標轉換矩陣分別如公式(16)(17)(18)，式中  $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\psi$  分別為橫搖、縱搖及平擺所造成指向誤差之座標旋轉角度。

$$T(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$T(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

四、模擬結果

本文以船搖數學模型，評估適應性  $\alpha - \beta - \gamma$  濾波器演算法之波束指向誤差估測性能。假設平擺為零，橫搖角方程式為:

$$\phi_R = A_R \sin(\omega_R t) + n_R \quad (19)$$

縱搖角方程式為:

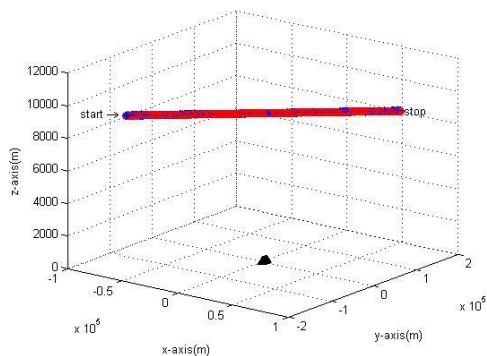
$$\theta_P = A_P \sin(\omega_P t) + n_P \quad (20)$$

其中  $A_R$ 、 $A_P$  為橫搖角及縱搖角的振幅， $\omega_R = 2\pi/T_R$ 、 $\omega_P = 2\pi/T_P$  為橫搖及縱搖的角頻率， $n_R$ 、 $n_P$  為平均值為零的白色高氏雜訊。海情三之參數值，如表三所示。

表三 海情三參數表

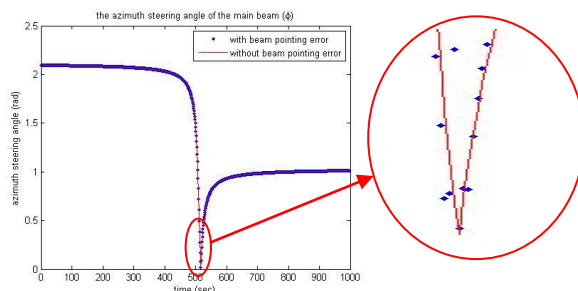
Roll		Pitch	
$A_R(^{\circ})$	$T_R(sec)$	$A_P(^{\circ})$	$T_P(sec)$
2	36	0.4	20

船體受海浪影響的情況下，雷達會因海浪起伏產生天線波束指向誤差，使用基因演算法結合  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  濾波器去追蹤直線飛行目標物，模擬場景如圖四所示。假設雷達初始位置為(0, 0, 0)公尺；船體行進速度為 10 m/sec 朝 y 軸方向前進；雷達每秒更新位置一次；目標飛行物初始位置為(-74840, -129620, 9100)公尺，約和雷達距離 150 公里；飛行物速度為 150 m/sec 朝 x 軸方向前進、 $150\sqrt{3}$  m/sec 朝 y 軸方向前進(合速度為 300 m/sec)，目標物位置每秒更新一次。



圖四：艦艇和飛行目標物之路徑圖

圖六為水平角( $\phi$ )隨雷達和目標物之角度變化圖，圖中實線代表未受船搖所造成的波數指向誤差的角度變化圖，圓點則代表有受船搖所造成的波數指向誤差的角度變化圖，由圖中得知，雷達和飛行物的角度隨著時間不斷在變化。



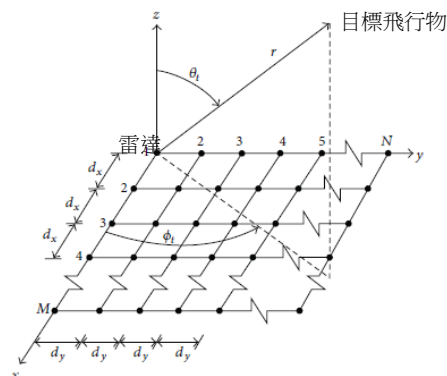
圖六：水平角( $\phi$ )隨雷達和目標物之角度變化圖

我們可以使用  $\theta_A$  及  $\phi_A$  來驗證飛行物的估測軌跡是否與正確之飛行物軌跡相似，其中  $y_t$  座標公式為：

$$y_t = (z_t - z_r) \tan \theta_A + y_r \quad (24)$$

$x_t$  座標公式為：

$$x_t = \frac{y_t - y_r}{\tan \phi_A} + x_r \quad (25)$$



圖五：水平角( $\phi$ )和俯仰角( $\theta$ )示意圖

雷達與飛行物之間的距離可表示為：

$$r(x, y, z) = \sqrt{(x_t - x_r)^2 + (y_t - y_r)^2 + (z_t - z_r)^2} \quad (21)$$

其中  $(x_t, y_t, z_t)$  為時間點 T 之目標物座標位置，

$(x_r, y_r, z_r)$  為時間點 T 之雷達座標位置。

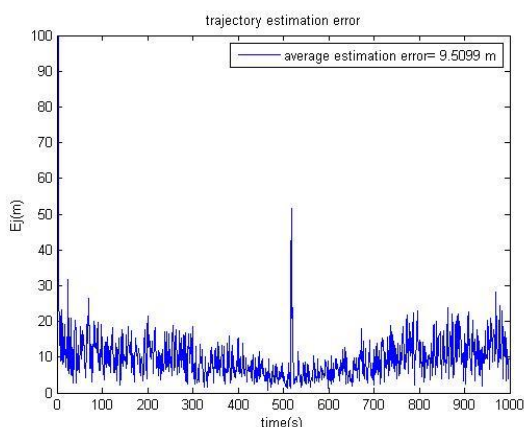
未受船搖所造成的波數指向誤差的俯仰角( $\theta$ )表示為：

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{z_t - z_r}{\sqrt{(y_t - y_r)^2 + (z_t - z_r)^2}} \right) \quad (22)$$

未受船搖所造成的波數指向誤差的水平角( $\phi$ )表示為：

$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{x_t - x_r}{\sqrt{(x_t - x_r)^2 + (y_t - y_r)^2}} \right) \quad (23)$$

而受船搖所造成的波數指向誤差的俯仰角及水平角可從公式(15)得到，式中  $\theta_A$  及  $\phi_A$  即為俯仰角及水平角。



圖七：飛行物正確位置和估測位置的誤差(使用 GA 做補償)

圖七為適應性  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  濾波器演算法之飛行物位置估測之誤差，圖中  $E_j$  為飛行物正確位置和估測位置的誤差，其運算公式為：

$$E_j = \sqrt{(x_j - \hat{x}_j)^2 + (y_j - \hat{y}_j)^2 + (z_j - \hat{z}_j)^2} \quad (26)$$

由模擬結果得知，使用適應性  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  濾波器演算法補償船搖造成的波束指向誤差，其飛行物正確值與估測值的誤差的平均誤差值小於 12 公尺，且由圖七可看出來大約在 3 秒後其值就會收斂，此後最大誤差值不會超過 35 公尺(發生在 510 秒左右，當目標物飛越艦艇上空，角度較難以估測，如圖六所示)。

## 結論

由於船體受海浪搖動會造成波束指向誤差，本文以基因演算法結合  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  濾波器進行船搖姿態角的估測，進而補償天線波束指向誤差。模擬實驗結果顯示，適應性  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  濾波器之目標物估測位置與量測位置幾乎重疊。換句話說，應用於船搖估測及目標追蹤估測之適應性  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  濾波器，皆能有效的估測船搖之角位移、角速度、角加速度及追蹤目標之位移、速度、加速度。

誌謝：本研究獲得國科會經費補助，計畫編號 NSC102-2221-E-155-036

## 參考文獻

- [1] Zhang Fang, Qi Rundong, "Shipborne Phased-Array Radar Motion Compensation," Systems Engineering and Electronics, 1998.
- [2] D. C. Law, "An Electronically Stabilized Phased Array System for Shipborne Atmospheric Wind Profiling," J. Atmos. Oceanic Technol., 19:6, 924-933, June 2002.
- [3] C. A. Balanis, "Antenna theory analysis and design, 2nd," 1997.
- [4] P.R. Kalata, The tracking index: a generalized parameter for  $\alpha$ - $\beta$  and  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  target trackers, IEEE Trans. Aerospace Electron. Systems AES-20, March, 1984, pp.174-182.
- [5] J. Mar, K. C. Tsai, Y. T. Wang, and M. B. Basnet, "Intelligent Motion Compensation for Improving the Tracking Performance of Shipborne Phased Array Radar," International Journal of Antennas and Propagation, vol. 2013, Article ID 384756, 14 pages, 2013. doi:10.1155/2013/384756.
- [6] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control system: fuzzy logic controller," IEEE Trans. on Man and Cybern, pp.404-435, March-April 1990.
- [7] Wang Xiao-Ping, Cao Li-Ming, Genetic algorithm- theory, application and software realization, Xi'an Jiao tong University Press, Xi'an, 2002.

