

SC-LFDMA 系統下低複雜度平行式結合決策回授之 循環式維特比接收機設計

黃正光、林傳舜、陳建旻
元智大學通訊工程學研究所

摘要 一本論文中，吾人於 SC-LFDMA 系統下採用一平行式結合決策回授之循環式維特比接收機。已知維特比接收機之複雜度與等效通道長度成指數關係，而此接收機可藉由調整決策回授與循環式維特比(Cyclic Viterbi Receiver)通道記憶長度的比例，犧牲少許的性能大幅降低運算的複雜度，而在 SC-LFDMA 系統中，由於其等效通道長度與其使用的子載波區間大小有關，故藉由採用重複碼的機制令其可形成平行式的架構降低等效通道的長度，更進一步達到降低複雜度的效果。¹

一、簡介

單載波區塊傳送系統(Single Carrier Block Transmission, SCBT)與傳統正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系統相比，有著較低峰均功率比(Peak-To-Average Power Ratio, PAPR)，有利於發射機功率放大器(Power Amplifier)的設計並延長用戶端的使用時間，因此近年來為熱門的研究主題之一[1-3]。在現有文獻中，SCBT 系統多採用次佳接收機(Sub-optimum Receiver)，如使用頻域等化器(Frequency Domain Linear Equalizer, FD-LE)或利用決策回授等化器(Decision Feedback Equalizer, DFE)進行多路徑通道的等化與訊號解調[2-3]。然而線性等化器易有雜訊放大(Noise Enhancement)及殘存符碼間干擾(Residual Inter-Symbol Interference)的問題[2]，而決策回授等化器則會有錯誤蔓延(Error Propagation)的現象而影響接收機性能[3]。因此吾人以最大概似序列估計法則(Maximum Likelihood Sequence Estimation, MLSE)之最佳接收機概念[4]，並且基於接收訊號之循環符碼間干擾(Cyclic Inter-Symbol Interference, Cyclic ISI)及符碼個數有限(Finite Alphabet)之特性，提出在 SCBT 系統下之循環式維特比(Cyclic Viterbi)接收機。然而，和線性維特比接收機相同，所提出的循環式維特比演算法之複雜度隨亦通道長度呈指數成長。在現有文獻中，1974 年 Vermuelen 與 Hellman 及 1977 年 Foschini 等學者提出以縮減殘存路徑(Surviving path)來降低線性維特比接收機之運算複雜度 [5-6]。而 Bergman 等學者則於 1987 提出以決策回授等化器處理長延遲通道響應，以減少維特比接收機狀態數，藉此降低維特比接收機的複雜度 [7]。吾人將參考作者 Bergman 所提出之方法運用在 SCBT 系統下之循環式維特比接收機，進一步降低接收機的複雜度。

本論文之第二節將建立 SCBT 系統之完整訊號模型，接著在第三節中將根據所建立數學模型，提出一決策回

授之低複雜度循環式維特比接收機，並在第四節中以電腦模擬所提出之接收機性能，最後在第五節進行結論。

二、SC-LFDMA 系統訊號模型

圖一為 SC-LFDMA 系統下循環式維特比接收機設計之方塊圖，其中資料位元經數位調變技術輸入之 N 點區塊為

$$\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T \quad (1)$$

其中 $(\cdot)^T$ 代表矩陣轉置(Transpose)，則加上保護區間(Guard Interval)後之傳送訊號 \mathbf{T} 則可表示為

$$\mathbf{T}^{(u)} = \mathbf{P}_{add} \mathbf{t}^{(u)} = \mathbf{P}_{add} \mathbf{F}_M^{-1} \mathbf{D}^{(u)} \mathbf{X}^{(u)} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{P}_{add} = [\mathbf{C}, \mathbf{I}_M]^T$ 為一個維度為 $(M + N_c) \times M$ 之加入循環字首(Cyclic Prefix, CP)矩陣，而 N_c 為保護區間長度， $\mathbf{C} = [\mathbf{0}_{N_c \times (N - N_c)}, \mathbf{I}_{N_c}]^T$ 。在不考慮載波頻率偏移情形下， $\tilde{\mathbf{w}}$ 為雜訊向量(Noise Vector)，接收機所接收到的訊號為：

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sum_{u=1}^U \mathbf{H}^{(u)} \mathbf{T}^{(u)} + \tilde{\mathbf{w}} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{H}^{(u)}$ 可表示為一維度大小 $(M + N_c) \times (M + N_c)$ 為之常對角通道矩陣(Toeplitz Channel Matrix)，定義如下：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & h_0 & \ddots & & & \vdots \\ h_L & \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & h_L & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_L & \cdots & h_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{h}^{(u)} = [h_0^{(u)}, h_1^{(u)}, \dots, h_{L-1}^{(u)}]$ 為多重路徑通道之通道脈衝響應(Channel Impulse Response)。則移除保護區間後，所得之接收訊號為：

$$\mathbf{y} = \mathbf{P}_r \tilde{\mathbf{y}} = \sum_{u=1}^U \mathbf{H}_c^{(u)} \mathbf{t} + \mathbf{P}_r \tilde{\mathbf{w}} \quad (5)$$

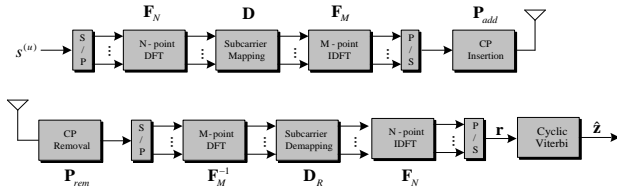
其中 \mathbf{P}_r 為一維度大小 $M \times (M + N_c)$ 之矩陣代表移除保護區間， $\mathbf{P}_r = [\mathbf{0}_{(M \times N_c)}, \mathbf{I}_M]$ 。將(1)~(5)式整理後，則 SCBT 系統下之循環式維特比接收機輸入訊號可改寫等校 Cyclic-ISI 模型

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_c \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{n} = \mathbf{P}_r \tilde{\mathbf{w}}$ ，且 \mathbf{H}_c 可以表示為一 $M \times M$ 循環通道矩陣(Circular Channel Matrix)如下

¹本研究由國科會贊助，計畫編號 NSC 100-2221-E-155-032-MY2 以及 NSC-102-2218-E-155-001。

$$\mathbf{H}_c^{(u)} = \text{circular}\{[\mathbf{h}^{(u)}; \mathbf{0}_{(M-L) \times 1}]\} = \begin{bmatrix} h_0^{(u)} & 0 & h_{L-1}^{(u)} & \cdots & h_1^{(u)} \\ h_1^{(u)} & h_0^{(u)} & 0 & h_{L-1}^{(u)} & \cdots \\ \vdots & h_1^{(u)} & \ddots & \ddots & \cdots \\ h_{L-1}^{(u)} & \vdots & \ddots & h_0^{(u)} & \cdots \\ 0 & h_{L-1}^{(u)} & \cdots & h_1^{(u)} & h_0^{(u)} \end{bmatrix} \quad (7)$$



圖一: SC-LFDMA 系統下循環式維特比接收機

三、 SCBT 系統下之低複雜度循環式維特比接收機設計

在這一節當中，首先吾人將根據(6)式之 SC-LFDMA 接收訊號模型，推導出此系統之 MLSE 接收機，並發展一結合決策回授之低複雜度循環式維特比接收機。

3.1 循環式維特比演算法

首先，方程式(6)的矩陣形式中第 k 時刻之接收訊號可表示為傳送符碼 s_k 與多重路徑通道 h_l 做循環迴旋 (Circular Convolution)，如

$$r_k = \sum_{l=0}^{L-1} h_l s_{(k-l)_N} + n_k \quad (8)$$

其中 $(\cdot)_N$ 表示為 N 之模數運算 (Modular Operation)， n_k 為輸出雜訊且為一可加性高斯白雜訊 (Additive White Gaussian Noise, AWGN)，則 MLSE 之決策法則可簡化為最短路徑 (Minimum Distance) 如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}} &= \arg \min_{\mathbf{s} \in A^N} \|\mathbf{r} - \mathbf{H}_c \mathbf{s}\|^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{s} \in A^N} \left\| \sum_{k=0}^{N-1} r_k - \sum_{l=0}^{L-1} h_l s_{(k-l)_N} \right\|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

其中 A 為 α 種有限可能符碼構成的集合。根據(9)式，吾人必須計算接收訊號 \mathbf{r} 與所有可能的傳送符碼向量 \mathbf{s} 的距離，其具有最小距離的符碼向量即為最後決策之符碼向量 $\hat{\mathbf{z}}$ 。若 SC-LFDMA 的符碼區塊長度為 N ，則 MLSE 之複雜度為 $O(\alpha^N \times N)$ ，即表示接收機所需之運算量隨 N 呈指數 (Exponential) 成長，相當驚人。因此吾人可利用維特比演算法 (Viterbi Algorithm) 來降低系統的複雜度 [8]-[9]。首先，定義第 k 時刻下狀態向量 (State) \mathbf{S}'_k ，即為通道記憶 (Channel Memory) 中 $L-1$ 個符碼組合，如下式

$$\mathbf{S}'_k = [s_{(k-1)_N} s_{(k-2)_N} \cdots s_{(k-L+1)_N}] \quad (10)$$

狀態向量中的 $s_{(k-l)_N} \in A, l=1 \dots L-1$ 代表任何所有可能的傳送符碼。而在第 k 時刻的符碼 \mathbf{s}_k 與 \mathbf{S}'_k 及多重路徑通道

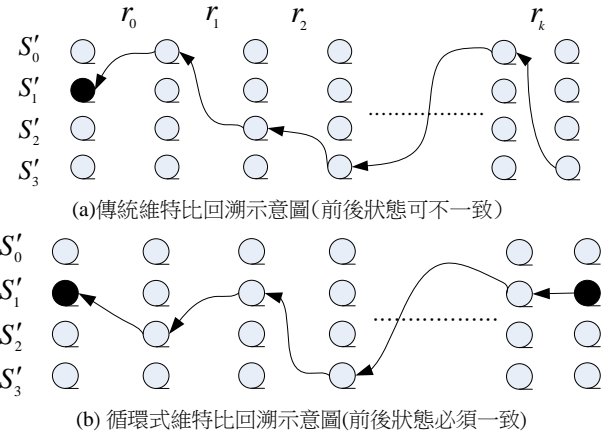
\mathbf{h}_L ，即決定了第 $k+1$ 時刻狀態向量組合，即為下式表示

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{k+1} &= [s_{(k)_N} s_{(k-1)_N} \cdots s_{(k-L+2)_N}] \\ &= [s_{(k)_N} \mathbf{S}'_{k, \text{excluding } s_{(k-L+1)_N}}] \end{aligned} \quad (11)$$

由(11)式，吾人可以得出下列觀察

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_0 &= [s_{(-1)_N} s_{(-2)_N} \cdots s_{(-L+2)_N}] \\ &= [s_{N-1} s_{N-2} \cdots s_{N-L+1}] \\ &= \mathbf{S}'_N \end{aligned} \quad (12)$$

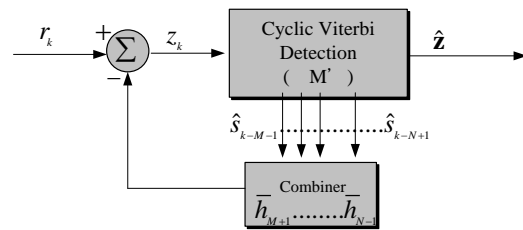
即表示在 SC-LFDMA 系統之等效循環通道下，一個正確之符碼序列，其初始狀態與結束狀態將會一致，如圖二所示。



圖二: 線性與循環式維特比演算法之回溯訊號差異

3.2 結合決策回授之循環式維特比接收機

無論是傳統線性維特比接收機或是吾人所提出的循環式維特比接收機，兩者之運算複雜度皆隨通道記憶長度呈現指數性的成長。因此吾人接著將發展一結合決策回授之循環式維特比接收機，進一步降低接收機的複雜度，其架構如圖三所示。



圖三: 結合決策回授之循環式維特比架構圖

首先吾人將(8)式之接收訊號模型拆解，即

$$\begin{aligned} r_k &= \sum_{l=0}^{L-1} \bar{h}_l s_{(k-l)_N} + n'_k \\ &= \underbrace{\sum_{l=0}^{M'} \bar{h}_l s_{(k-l)_N}}_a + \underbrace{\sum_{l=M'+1}^{L-1} \bar{h}_l s_{(k-l)_N}}_b + n'_k \end{aligned} \quad (13)$$

其中 a 項為仍由循環式維特比偵測訊號部分， b 項為由決策回授等化器處理之扣除項，若通道之響應集中在前端交由 a 部分解決，其性能將更加理想，故在此加上一具最小相位之頻域全通濾波器，令等效通道轉換為具最小相位特性。若吾人令決策回授濾波器 \mathbf{g}_b 之係數為為通

道脈衝響應尾端部分第 $M'+1 \sim L-1$ 項。即

$$\mathbf{g}_b = [\bar{h}_{M'+1}, \dots, \bar{h}_{L-1}] \quad (14)$$

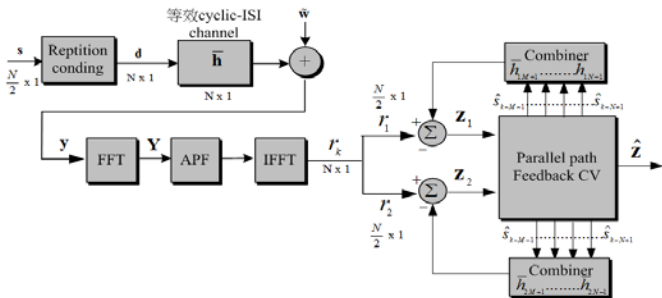
而暫時決策 (Tentative Decision) 符碼 $\hat{s}_{(k-l)_N}$, $l = M'+1 \sim N-1$ 可由循環式維特比接收機求出。假設暫時決策序列符碼皆為正確值，即 $\hat{s}_{(k-l)_N} = s_{(k-l)_N}$ ，此時循環式維特比偵測器輸入訊號 z_k 即可改寫為：

$$z_k = r_k - \mathbf{g}_b \hat{\mathbf{s}}_{(k)} \\ = \sum_{l=0}^{M'} \bar{h}_l s_{(k-l)_N} + n_k \quad (15)$$

其中 $\hat{\mathbf{s}}_{(k)} = [\hat{s}_{(k-M'-1)_N}, \dots, \hat{s}_{(k-N+1)_N}]$ ，表示第 k 時刻循環式維特比之暫時決策序列。比較(8)與(18)式，吾人可以發現此時接收訊號仍為一資料符碼與通道做循環迴旋之模型，因此吾人仍可利用 3.1 節循環式維特比接演算法進行符碼決策，但此時之循環式維特比接收機所處理之通道長度由原本之 $L-1$ 降至 M' ，因此此時循環式維特比接收機每一個時刻的狀態數可由 α^{L-1} 再降為 $\alpha^{M'}$ ，其中 M' 為可任意調整縮短通道記憶長度。

3.3 平行式結合決策回授之循環式維特比接收機

採用重複碼(repetition code)，由於重複碼可以分為兩路奇偶項的形式，這兩路訊號使用了許多相同的計算方式，並藉此降低循環式維特比考慮的狀態數，因此接下來將採用平行架構的結合決策回授之循環式維特比接收機架構。其架構如圖



圖四：平行式結合決策回授之循環式維特比接收機架構圖

其中 $\mathbf{d} = [s(1) s(1) s(2) s(2) \dots s(M) s(M)]$ ， \mathbf{d} 為 \mathbf{s} 重複一次的編碼方式，可將接收訊號區分為奇偶項

$$\text{For } k=2k'-1: r_k = \underbrace{\sum_{l=0}^{M'} \bar{h}_1(l) s_{(k-l)N/2}}_a + \underbrace{\sum_{l=M'+1}^{(N/2)-1} \bar{h}_1(l) s_{(k-l)N/2}}_b + n_k = r_1 \quad (16)$$

$$\text{For } k=2k': r_k = \underbrace{\sum_{l=0}^{M'} \bar{h}_2(l) s_{(k-l)N/2}}_a + \underbrace{\sum_{l=M'+1}^{(N/2)-1} \bar{h}_2(l) s_{(k-l)N/2}}_b + n_k = r_2$$

$$k' = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1$$

其中 \bar{h}_1 與 \bar{h}_2 是由經過全通濾波器後之等效通道 h_{app} 推導出，故其計算分之路徑距離的式子可改寫為

$$B(\mathbf{S}'_{k-1}, \mathbf{S}'_{k,j})_{tent} = \left\| r_{k'} - (\mathbf{g}_{1b} \hat{\mathbf{s}}) - \mathbf{h}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{k,j}(0) \\ \mathbf{S}'_{k-1,j}^T \end{bmatrix} \right\|^2 + \left\| r_{2k'} - (\mathbf{g}_{2b} \hat{\mathbf{s}}) - \mathbf{h}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{k,j}(0) \\ \mathbf{S}'_{k-1,j}^T \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (17)$$

$$\mathbf{g}_{b1} = [\bar{h}_1(M'+1), \dots, \bar{h}_1(N/2-1)] \\ \mathbf{g}_{b2} = [\bar{h}_2(M'+1), \dots, \bar{h}_2(N/2-1)] \quad (18)$$

觀察(20)、(21)可看出，採用重複碼時，循環式維特比考慮的狀態數目由降低為，雖然降低了整體的資料量，但得到了較佳的性能以及較低的複雜度。

接著吾人將上述接收機設計方法整理，並且也與傳統線性維特比接收機設計比較運算複雜度之差異。複雜度探討主要為討論運算時所需要的乘法個數以及加法個數。假設 SC-LFDMA 系統，通道長度為 L ，傳送符碼種類個數為 α 種，而傳送的符碼長度為 N ， M' 為結合式循環維特比接收機中所考慮的記憶通道長度。各種類接收機運算複雜度如表一所示。

表一 維特比接收機運算複雜度

SCBT 接收機設計	複數乘法運算	複數加法運算
傳統線性維特比	$O((N+1)\alpha^N N)$	$O((N+1)\alpha^N N)$
循環式維特比	$O((N+1)\alpha^N N)$	$O((N+1)\alpha^{2N-1} N)$
結合決策回授之循環式維特比接收機	$O((M'+1)\alpha^{M'} N)$	$O((M'+1)\alpha^{2M'-1} N)$
平行式結合決策回授之循環式維特比接收機	$O(2(M'+1)\alpha^{M'} (N/2))$	$O(2(M'+1)\alpha^{2M'-1} (N/2))$

四、 模擬結果

本節的電腦模擬假設其系統為 SC-LFDMA，通道皆為 6-path equal gain 的 random 通道，並比較在相同的系統情況下，可看出本章節推導的各種接收機有著不同的位元錯誤率，其模擬參數表如表二。

表二 SCBT 系統設定參數

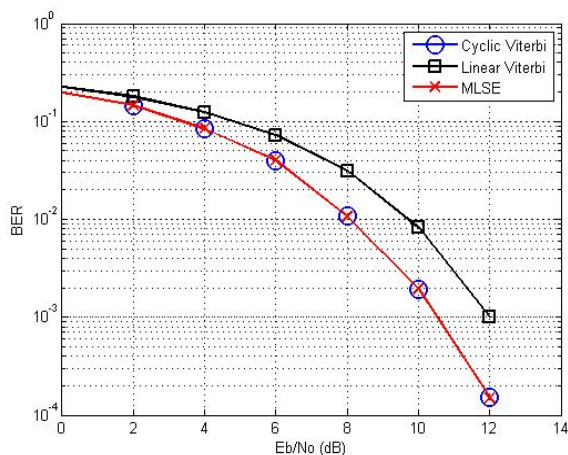
PARAMETER	SETTING
System Bandwidth	5 MHz
Symbol Rate	5 M symbol/sec
Symbol Modulation	BPSK
Tx Symbol Size(M)	32
Cyclic Prefix Size(p)	N/4
M'	1
Receiver Design	<ul style="list-style-type: none"> ● FD-Zero forcing ● FD-MMSE ● FD-DFE ● DFE-Cyclic Viterbi(with APF) ● Cyclic-Viterbi(only)
Channel Model	
➤ CH-1 : 6-path equal gain random channel	

首先由圖五可看出在 SCBT 之單載波系統下循環式維特比的性能優於傳統式維特比，可達到最佳 MLSE 的接收機性能，推測其原因是由於循環式維特比利用了循環通道的特性，並強制了其最後一個狀態，藉此避免掉了許多錯誤，此原因也變是在循環通道的情況下，傳統式

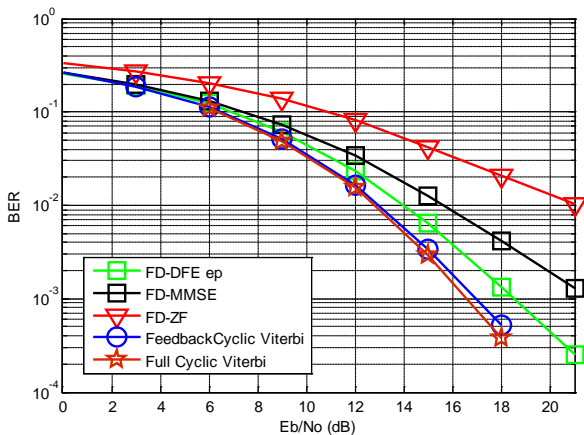
維特比未能達到最佳解的原因。接著比較結合決策回授之循環式維特比接收機在不同的 M' (循環式維特比使用的長度) 情況下的位元錯誤率。

圖六則為結合 FD-APF 及決策回授之循環式維特比與 ZF、MMSE 以及 FD-DFE 等不同的接收機做比較，可發現在此通道情況下，此結合式的循環式維特比接收機性能與完全使用循環式維特比接收機的性能相差不到 1dB，說明了此接收機僅僅犧牲了少許的性能，便大大的降低了運算的複雜度。

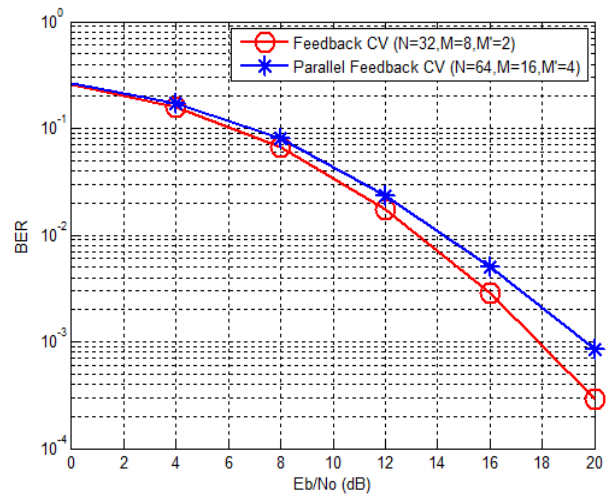
圖七則為平行式結合決策回授之循環式維特比的性能表現，由於加上了重複碼的原因，會有 Coding gain，與其他接收機相比不公平，但此平行的發式也適用於 MLSE 的最佳解，由圖 2.27 可看出在加上重複碼形成平行架構後的結合決策回授之循環式維特比接收機性能仍與最佳解 MLSE 相差不到 1dB。



圖五：SCBT 系統 靜態功率延遲通道 $h=[0.5 \ 0.71 \ 0.5]$



圖六：SC-LFDMA 系統 CH-1 通道 各種接收機設計性能比較 ($M'=2$)



圖七：SC-LFDMA 系統 CH-1 通道 平行式決策回授之循環式維特比

結論

本論文中由傳統式維特比推導至循環式維特比達到了 MLSE 的最佳解，但由於循環視為特比複雜度較高又推導至結合決策回授之循環式維特比並加上了一全通濾波器，使得等效通道轉化為最小相位並降低了大量的複雜度，而決策回授的部分也採用兩倍循環的方式使其有收斂後的初始值可使用。最後加上了重複碼的編碼方式，取得了性能上的編碼增益。結果顯示此一架構在 SC-LFDMA 系統下，只損失了不到 1dB 的性能，但大幅地降低了複雜度，達到了低複雜度但高效能的接收機設計。

參考文獻

- [1] Z. Wang; X. Ma; G.B. Giannakis; "OFDM or single-carrier block transmissions," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.52, no.3, pp. 380- 394, March 2004
- [2] D. Falconer.; S.L. Ariyavitakul.;A. Benyamin-Seeyar.;B. Eidson , "Frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems," *Communications Magazine, IEEE*, vol.40, no.4, pp.58-66, Apr 2002
- [3] N. Benvenuto.; S. Tomasin, "On the comparison between OFDM and single carrier modulation with a DFE using a frequency-domain feedforward filter," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.50, no.6, pp.947-955, Jun 2002
- [4] G. Forney, Jr., "Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol.18, no.3, pp. 363- 378, May 1972
- [5] G. Foschini "A reduced state variant of maximum likelihood sequence detection attaining optimum performance for high signal-to-noise ratios" *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol.23, no.5, pp. 605- 609, Sep 1977
- [6] F. L. Vermuellen and M. E. Hellman. "Reduced state Viterbi de- L 1 coders for channels with intersymbol interference," *Proceedings of the International Conference on Communications, Minneapolis, MN*, pp. 37B-1 to 37B-9, June 1974.
- [7] J. W. M. Bergmans, S. A. Rajput, F. A. M. Van De Laar, "On the use of decision feedback for simplifying the Viterbi detector," *Phillips J. Res.*, vol. 42, no.4, pp. 399-428, Sept. 1987.
- [8] G.D. Forney Jr., "The viterbi algorithm," *Proceedings of the IEEE*, vol.61, no.3, pp. 268- 278, March 1973
- [9] Barry Lee, *Digital Communication, 3rd Ed.*, Springer, 2004