

應用離散正弦轉換實現影像內插

林泓任、彭俊程、陳錫銘及許超雲
大同大學通訊工程研究所

摘要 — 目前市面上常用的秀圖軟體在放大的效果上，對於某些在比較要求看細節的作業上不盡理想；而實驗是團隊正好解決了離散正弦轉換應用於內插法上的限制及問題。並應用在一維訊號內插上，效果顯著，而本篇論文就是研究第一型、第二型離散正弦轉換應用在影像放大上的效果，再與一般秀圖軟體來做比對。

一、 簡介

內插法被廣泛的應用在影像處理上。而現在常使用的內插法，不論是多項式內插法，或是離散傅立葉轉換後補零的內插法，都存在著一些缺點。

離散正、餘弦轉換內插法，是目前較好的解決方案。而從已知論文的實驗結果都顯示第一型離散正弦轉換在一維訊號的處理上都擁有良好的內插效果。

在第一型離散正弦轉換使用上會有某些限制及使用條件，但在我們實驗室團隊已提出解決方案；同時實驗室團隊已研究出第二型離散正弦轉換的修正演算公式，讓第二型離散正弦轉換也能使用於內插法上。最後比較第一型與第二型的應用在影像放大上差異。

二、 研究方法

離散正弦轉換 (Discrete Sine Transform, DST) 是與傅立葉轉換 (Fourier Transform, FT) 相關的一種變換，它類似於離散傅立葉轉換 (Discrete Fourier Transform, DFT)，但是只使用實數矩陣。

DST-I 定義如下：

$$X_{S-I}[k] = 2 \sum_{n=1}^{N-1} x[n] \sin\left(\frac{\pi}{N} k \cdot n\right), k=0, \dots, N \quad (1)$$

相對應之逆轉換 IDST-I，則定義如下：

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} X_{S-I}[k] \sin\left(\frac{\pi}{N} k \cdot n\right), n=0, \dots, N \quad (2)$$

DST-I 正規化定義：調整整體性係數，使得正、逆轉換形式一樣。

DST-I 正規化定義如下

$$X_{S-I,N}[k] = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^{N-1} x[n] \sin\left(\frac{\pi}{N} k \cdot n\right), k=1, \dots, N-1 \quad (3)$$

with $X_{S-I,N}[0] = 0$ and $X_{S-I,N}[N] = 0$

相對應之逆轉換 IDST-I，正規化則定義如下：

$$x_{S-I,N}[n] = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=1}^{N-1} X_{S-I,N}[k] \sin\left(\frac{\pi}{N} n \cdot k\right), n=1, \dots, N-1 \quad (4)$$

with $x_{S-I,N}[0] = 0$ and $x_{S-I,N}[N] = 0$

DST Type - I I 定義

DST-II 定義如下：

$$X_{S-II}[k] = 2 \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \sin\left(\frac{\pi}{N} k \left(n + \frac{1}{2}\right)\right), k=1, \dots, N \quad (5)$$

相對應之逆轉換 IDST-II，則定義如下：

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \beta[k] X_{S-II}[k] \sin\left(\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{1}{2}\right) k\right), n=0, \dots, N-1 \quad (6)$$

$$\beta[k] = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k=N \\ 1, & k=1, \dots, (N-1) \end{cases}$$

內插流程：數據經由 DST 轉換到頻域，補零到所需要的放大倍數，再藉由 IDST 轉回時域，完成內插。

三、 研究流程

把影像看作是一個平面的二維的矩陣的型態，所以用一維的方式來處理的話，就會有兩種方式來處理，一、先水平後垂直，二、先垂直後水平。

2.1 先水平後垂直作法如下：

1. 先對原圖作水平內插處理，得到水平拓展的圖形
2. 對已做完水平拓展的圖形再做垂直內插處理，得到垂直

2.2 先垂直後水平作法如下：

1. 先對原圖作垂直內插處理，得到垂直拉長的圖形
2. 對已做完垂直拉長的圖形再做水平內插處理，得到水平拓展的圖形

2.3 作法一與做法二的比較

經實驗多張圖形，校驗第一型式及第二型式的最終完成圖數據，不論是先水平後垂直做法，或是先垂直後水平的做法，誤差極小(最大誤差)，人眼無法分辨，所以之後其他的圖檔處理，都以先水平後垂直來處理，不再做其他型式的驗證。

2.4 彩色影像的處理型式

之前探討的是對灰階影像的做法，而彩色的表達形式有許多種色彩模型(如 RGB、YMCK、HSV、YUV...等)，因為在一般數位上的應用，較為廣泛的是以 RGB

型式來做處理，所以本論文以 RGB 型式的做法來探討第一型以及第二型離散正弦轉換的應用。

• 彩色影像的作法與灰階的圖形一樣，但是影像的組成是不盡相同；灰階的圖形可以視作是一層的矩陣，而彩色影像的圖形，以 RGB 為例，便是三個圖層的矩陣組合，分別對應紅色、綠色及藍色圖層；所以必須先把彩色影像分成三個圖層之後再分別用第一型或第二型離散正弦轉換處理，處理完之後所得到的放大圖層再還原回我們所要的彩色影像。

四、 實驗結果

• 本章先選取影像，以一般大眾最常使用可調整放大顯示比例的影像軟體(FastStone Image Viewer,FSV 及 Photoshop)放大後的效果來局部呈現，之後再顯示實驗結果，並與原圖對照，對各個不同的細節上做對比，藉以展現經第一型以及第二型離散正弦轉換放大後的效果。

4.1 離散正弦轉換灰階影像放大十二倍比對

此張灰階影像為 Lena(Lenna)人像照，此影像常被使用在影像處理的論文上，所以選此張來做為放大比較；而請選。



• 圖一：LENA，尺寸 512*512



圖二：使用 FSV 軟體放大十二倍，眼部局部顯示



圖三：使用 FSV 軟體放大十二倍+平滑效果，眼部局部顯示



圖四：使用 Photoshop 軟體放大十二倍，眼部局部顯示



圖五：以第一型離散正弦轉換放大十二倍，眼部局部顯示



• 圖六：以第二型離散正弦轉換放大十二倍，眼部局部顯示

眼部局部顯示，經第一型及第二型離散正弦轉換後的眼神部分，沒有像以 FSV 或 Photoshop 的影像放大顯示失焦，而且眼睫毛、瞳孔的部分的也較為清晰可辨。

原始圖面放大十二倍後，鋸齒狀或方格狀的情形更加明顯，就算經平滑處理後模糊化的情形也非常的嚴重，無法很細緻的表達原圖的細節。

4.2 離散正弦轉換彩色影像放大十二倍比對(人像)

此張彩色影像為 Lena(Lenna)人像照，該影像被廣泛的應用在影像處理的論文上，因為該彩色影像的細緻部分非常多、例如影像的平滑度、色彩分布、物品紋路、線條...等等，非常適合用來做各種影像處理演算法的實驗，所以選此張來做為放大比較。



圖七：LENA，原圖，彩色影像，尺寸 512*512



圖十一：以第一型離散正弦轉換放大十二倍，眼部局部顯示



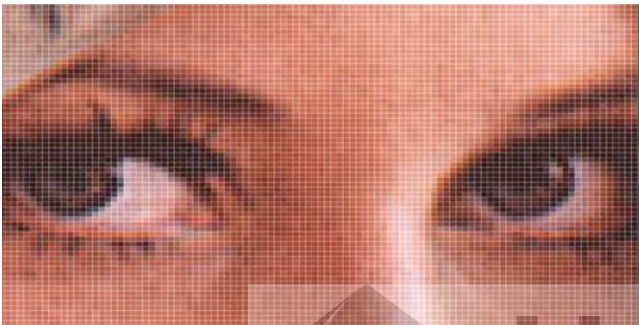
圖十二：以第二型離散正弦轉換放大十二倍，眼部局部顯示



圖八：使用 FSViewer 軟體放大十二倍，眼部局部顯示



圖九：使用 FSViewer 軟體放大十二倍+平滑效果，眼部局部顯示



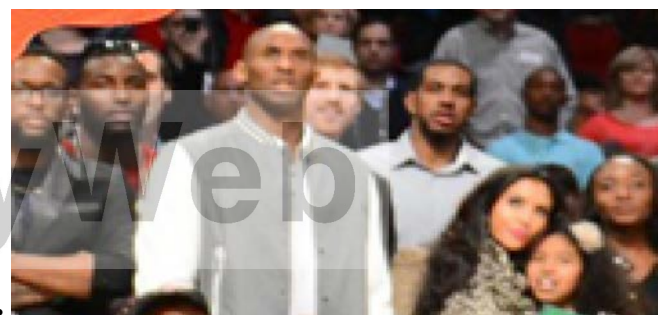
圖十：用 Photoshop 軟體放大十二倍，眼部局部顯示

4.3 離散正弦轉換彩色影像放大九倍比對(二)

此張為 2013 年 NBA 明星賽灌籃大賽的照片，選取此張影像因為主題影像清楚，在被放大時影像在細節表現之外，也試著對背景人像的辨別。



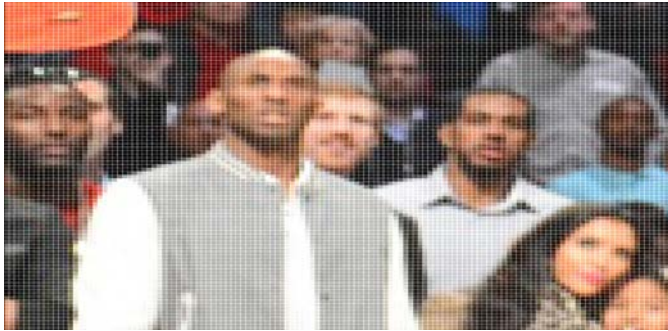
• 圖十三：NBA 明星賽灌籃大賽，彩色影像，尺寸 900*650



• 圖十四 使用 FSViewer 軟體放大九倍，右邊球員後方觀眾局部顯示



• 圖十五 使用 FSViewer 軟體放大九倍+平滑效果



• 圖十六 使用 Photoshop 軟體放大九倍，右邊球員後方觀眾局部顯示



• 4-5-15 以第一型離散正弦轉換放大九倍，右邊球員後方觀眾



• 4-5-16 以第二型離散正弦轉換放大九倍，右邊球員後方觀眾

彩色影像經放大後，與灰階影像一樣，但是因為色彩的關係，使用 FSViewer 及 Photoshop 影像軟體放大後影像上的呈現，在細節上表現的更差，完全失真。

不論是以第一型或是第二型離散正弦轉換放大處理後的影像，在細節上表達做得更好，在光影的處理上，不像一般秀圖軟體被無法呈現。

結論

離散正弦轉換在影像處理上的應用具有顯著的效果，在彩色影像處理的效果上更加明顯，原始影像與經過離散正弦轉換處理的圖形相比較，很明顯的發現，在影像細節上，經離散正弦轉換處理過後影像的表現更為突出

在與市面常用的秀圖軟體比較，在處理放大的效果上，差異更為明顯，及具有強大的競爭優勢。

應用的範圍極廣也更加的專業，如刑事鑑定、生物科技、醫療領域等等

上述的例子均顯示在彩色影像處理的效果上更加明顯，原始影像，與經過 DST 處理的圖形比較在細節上，DST 處理後影像的表現更為突出，

後續研究建議

上述的實驗結果都已證明，實驗團隊在第一型及第二型離散正弦轉換的研究，可以應用在影像放大上，具有良好的顯示效果。

實驗發現第二型離散正弦轉換在一維的應用上不會發生邊界效應(boundary effect)的問題，但在二維影像的處理上會發生，所以後續可以研究第二型離散正弦轉換的邊界匹配(boundary matching)來解決此現象的發生。

本論文皆使用一維的方式來處理資料，常常會造成處理後資料內容過於龐大，不但讓系統運算過久，且儲存不易；若是能研究較快速的運算方式，必能加快系統的處理速度及儲存能力。

本論文所使用的彩色影像是以 RGB 方式來做第一型以及第二型離散正弦轉換的應用，後續研究可以嘗試以 CMYK、HSV、YUV 等不同的表示方式來應用，並比較已不同的方式來處理影像，所呈現的差異效果。

參考文獻

- [1] Hong-Ren Lin. (2013). The Intrinsic Studies of Discrete Consine and Sine Transform and Their Applications on Digital Interpolation..
- [2] Yip, P., and K. Rao. "A fast computational algorithm for the discrete sine transform." Communications, IEEE Transactions on 28.2 (1980): 304-307.
- [3] Gupta, A., and K. R. Rao. "A fast recursive algorithm for the discrete sine transform." Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on 38.3 (1990): 553-557.
- [4] . Chiper, Doru-Florin, et al. "A systolic array architecture for the discrete sine transform." Signal Processing, IEEE Transactions on 50.9 (2002): 2347-2354