

A Study on the Relationship Between Calculus Problem-Solving Performance, Department and Gender of Senior High Vocational Students

Po-Hua Chen^{1,*} and Chien-Chung Huang²

¹ National Tuku Vocational High School of Commerce & industry, Yunlin,
63342, Taiwan

² Department of Applied Mathematics, National University of Tainan, 70005,
Taiwan

*E-mail: jiggle3010@tkvs.ylc.edu.tw

Abstract

The purpose of this research was to discuss if vocational high school students with different majors or in both genders would perform differently in solving calculus and to understand whether there are interactions among them. Also, the research took a further step to compare students solving questions with different ways. The goal was to provide some teaching strategies for teachers as the future reference. The methods of this study stressed both quantitative analysis and qualitative analysis of interviews. It was mainly conducted with quantitative analysis, supplemented with qualitative analysis of interviews. All participants in the research were selected from a national vocational high school in Yunlin County. The 94 participants included students with three different majors: Business Management, Data Processing and Advertising Design. After the participants completed the calculus test, the achievement test designed by the researcher, the researcher analyzed the data with SPSS21.0. The researcher chose quantitative analysis with descriptive approach, One-way ANCOVA, paired-sample t-test, and Two-way ANOVA in the SPSS21.0 as the analyzing methods. Also, the researcher used semi-structured interview methods to find the differences of students' problems solving. The findings were as follows.

1. The result showed that vocational high school students could achieve to perform well in their learning of calculus.
2. With regards to the learning achievement of vocational high school students, there were remarkable differences among the performance of students with different majors.
3. There were remarkable interaction effects on the learning achievement of calculus among students with different majors or of different genders.

Index Terms : senior high vocational students, calculus, type, gender, learning achievements.

* Corresponding author: jiggle3010@tkvs.ylc.edu.tw

DOI : 10.3966/2223448920190400901005

高職三年級學生微積分解題表現、類科與性別間關係之研究

陳柏樺^{1,*} 和 黃建中²

¹ 國立土庫商工高級職業學校, 雲林, 63342, 台灣

² 應用數學系, 國立臺南大學, 70005, 台灣

*E-mail: jiggle3010@tkvs.ylc.edu.tw

摘要

本研究旨在探討不同類科、不同性別的高職生在微積分的解題表現是否有差異, 了解是否存在交互作用並進一步比較不同程度學生之解題差異, 期待研究結果提供教師未來教學參考。本研究採質量並重設計, 以量的分析為主軸, 質性分析晤談為輔, 研究者選取雲林縣某高職學生共 94 人分成三個類科分別是商業經營科資料處理科與廣告設計科。樣本完成研究者自編的「微積分單元」成就測驗後, 研究者利用 SPSS 21.0 分析資料包含敘述統計、單因子共變數分析、相依樣本 t 檢定與二因子變異數分析; 並透過半結構式晤談方法比較不同程度學生的解題差異。研究結果如下:

- (1) 高職生在「微積分單元」的學習成就有一定的程度。
- (2) 高職生在「微積分單元」的學習成就無顯著性別差異。
- (3) 不同類科的高職生在「微積分單元」的學習成就有顯著差異。
- (4) 不同類科、不同性別的高職生在「微積分單元」的學習成就有顯著的交互作用。
- (5) 高職不同程度學生在「微積分單元」的解題策略有差異。
 - a. 在導數與切線的題型中, 不同類科高分組的男學生皆能理解題意。高、中、低分組皆有學生犯相同的錯誤。
 - b. 在微分的加減乘運算的題型中, 廣設科中、低分組的男女學生皆將分子、分母微分後當成答案。
 - c. 在三次多項式的圖形的題型中, 半數有著相同的錯誤答案, 錯誤觀念以為微分後求得 $x=-3$ 較小代入後即為極小值。
 - d. 在多項式函數定積分的計算的題型中, 廣設科只有高分組的女學生算對; 高、中、低分組皆有學生犯相同的錯誤。

關鍵字: 高職生、微積分、類科、性別、學習成就

1. 介紹

國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域(2008)中寫到：「數學被公認為科學、技術及思想發展的基石，文明演進的指標與推手。數學結構之精美，不但體現在科學理論的內在結構中及各文明之建築、工技與藝術作品上，自身亦呈現一種獨特的美感。」在臺灣各大學的理工科教學中，微積分是「高等數學」的主要內容之一，其教學法由學科創立一開始就受到人們重視。

從事高職數學教育工作，主要培養學生思考、溝通、推理、判斷的邏輯能力且具有面對實際生活時為解決問題的能力。高職學生大部分來自各國中學習成就為中間程度者與中下程度者的學生，只有少部分學生是為了職業選擇高職就讀。除了在升學考試上有重要的價值外，數學引不起大部分學生的興趣。因為如此，開始思考如何讓高職各類科的學生能在數學學習上更能得到成就感與自信心(李英維，2012)。

當 101 學年高職數學(B)增加微積分單元時，每年到高二課程，幾乎會發現的現象便是第四冊第三章「微積分單元」的學習狀況有落差，學生雖然在先前已學習過多項式的乘法、函數值、二次函數的圖形、二次函數的最大最小值、直線的斜率等先備觀念，但是對於微分公式的背誦、三次函數的圖形與極值、切線方程式、如何求多項式積分等問題仍一知半解。

本研究期望能探究出微積分學習成就與類科、性別之關係，藉由本研究之結果能找出特定類科或性別的學生在此單元內容學習上的盲點，提供這類修習微積分的學生一些應注意的事項，以增進其微積分學習成效。

2. 材料與方法

2.1 研究設計

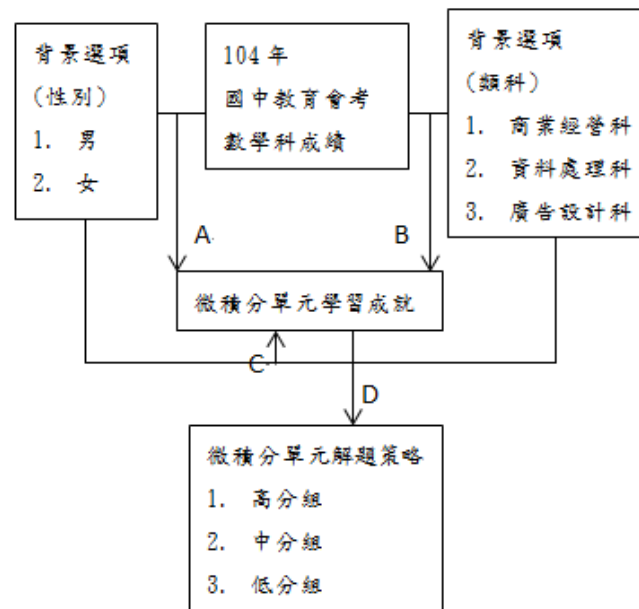
挑選 106 學年度研究者任職雲林縣某一所高職三年級三個班的學生，計有商業設計類科 35 位學生，資訊處理類科 27 位學生，廣告設計類科 32 位學生，其中男生 27 人，女生 67 人，有效樣本數 94 人為正式施測樣本，測驗時間為一節課 50 分鐘。另外，以受試班級學生國中會考成績 PR 值組中點當作同微積分單元成就測驗的前測依據，目的

是使研究者能了解學生的起點行為，以做為研究結束後的統計分析。正式施測後，根據各類科「微積分成就測驗」上的得分表現，由高至低依序排列，取成績排序前 33% 為高分組，成績排序後 33% 為低分組，其餘為中分組，再由各類科各分組中各取二位學生(一男一女)，共 18 位學生，針對「微積分成就測驗」內容，進行半結構式晤談。

2.2 研究工具

研究工具為自編之紙筆測驗。研究者根據相關文獻與 99 課綱數學領域之單元內容，再參考各出版社的編排與校內數學科同仁的建議，一一編製題目，最後經過指導教授之審視、研討與修訂，成為正式測驗，題型分成五種類型，分別是：「導數與切線」、「微分的加、減、乘運算」、「三次多項式的圖形」、「定積分的意義」、「多項式函數定積分的計算」。

研究者欲了解學生的類科與性別是否影響影響學生的微積分學習成就，研究者認為不同的背景變項在微積分解題策略的運用上會有所不同，因此針對研究中所欲探討的變項及其相關性，製成研究架構圖，如圖一所示。



圖一 研究架構

- A：男女學生在微積分單元學習成就的差異。
- B：不同類科學生在微積分單元學習成就的差異。
- C：不同類科、不同性別學生在微積分單元學習成就的差異。
- D：不同程度學生在微積分單元解題策略的差異。

本研究之測驗試題在發展的過程中考量表面效度並力求嚴謹，經由預試與試題之鑑別力、難度分析；挑選雲林縣某一所高職三年級兩個班的學生，共 53 人作為微積分單元成就測驗的預試樣本，測驗結果經統計分析套裝軟體 SPSS 21.0 進行 Cronbach α 之內部一致性信度分析，所測得的 α 值為 0.894，即本試題具有相當高度的內部一致性，符合統計專家建議的標準，因此，本研究工具具有良好的信度(郭生玉，2004)。預試試題經過試題分析與指導教授討論後，決定刪除鑑別度太低的 3 個題目與難易度太高太低的兩個題目，而保留其它試題共 15 題作為正式試卷。

3. 理論/計算

3.1 微積分的教材地位與數學學習

3.1.1 微積分考題各類型

在微積分及其應用單元主題，學生所要了解的觀念為極限的概念(數列與函數)、多項函數的導數與導函數、微分公式、微分的應用、積分的概念與反導函數、多項函數的積分(財團法人技專校院入學測驗中心，2018)。下表一為近四年四技二專統一入學測驗數學(B)之微積分考題各類型出現次數。

表一 微積分考題各類型出現次數

類型	出現次數
1. 極限的概念(數列與函數)	2
2. 多項函數的導數與導函數	4
3. 微分公式	1
4. 微分的應用	1
5. 積分的概念與反導函數	2
6. 多項函數的積分	4

3.1.2 數學學習

微積分位於基礎數學與高等教育之數學的中間學科，其內容不只是一般中學數學強調的計算，更具有深層的概念以及理論（辛靜宜、林珊如、葉秋呈，2005）。Tall(1992)指出許多微積分的初學者，都只是片面的學習其計算部份，但卻沒能對理論的部分有深入的瞭解。而此種過於依賴公式、偏向程序性的解題，而非觀念的理解，使得學生對於微積分的學習屬於機械式的了解，並非相關性的理解（黃銀波，1998；謝哲仁，2002；Tall, 1993）。下表二為近 10 年指定科目考試數學甲微積分考題各類型平均答對率。

表二 數學甲微積分考題各類型平均答對率

類型	平均答對率(%)
導數與切線	55
三次多項式的圖形	34
多項式函數定積分的計算	60.3

3.2 類科與性別

Hilton 和 Berglund (1974) 發現七歲以前的男、女生在數學能力的表現上並無顯著差異，但隨年齡的增長，差異的情形也愈大。而在微積分學習策略的研究中，性別變項有顯著差異的層面皆為男生優於女生（黃冠仁，2006；葉秋呈，2007）。Hyde、Fennema 與 Lamon (1990) 採後設分析研究法整合了 1963 至 1988 年 100 篇性別與數學學習的相關研究並指出，整體而言，男生的數學表現優於女生。由發展階段來看在小學和中學階段，女生數學成就略優於男生，但沒有明顯的性別差異。在高中和大學階段，男生的表現優於女生。

3.2.1 商業經營科

高職商業經營科女生的學習態度在整體上和自我學習的態度、學校課程設施的態度、授課教師的態度、同儕的態度、解決問題的態度等五構面，都較男生積極，且達顯著(.05)水準(郭淑華，2012)。

3.2.2 資料處理科

不同性別之綜合高中資訊應用學程與高職資料處理科數學學習態度整體在「學習慾望」層面、「數學信念」層面以及「學習過程」各層面均無顯著差異(李英維, 2012)。

3.2.3 廣告設計科

大多數學生都以考上四技二專為高職畢業後之目標,學校為迎合社會趨勢多半也都將課程加重於一般科目上。在臺北市職業學校廣告設計科中,規劃一般科目學分數最多者高達 128 學分,佔總學分數之 66.7%,似有偏離技職教育軌道,逐漸走向基礎技職教育之趨勢(林怡均, 2009)。

4. 結果與討論

4.1 高職生在微積分單元的解題表現概況

4.1.1 測驗結果

整體答對率為 60.8%, 整體錯誤率 39.2%, 顯示高職三年級學生在微積分單元的學習成就有一定的程度。

4.1.2 各類型的答對率如表三

表三 各類型的答對率

類型	答對率(%)
1. 導數與切線	69
2. 微分的加減乘運算	62
3. 三次多項式的圖形	28
4. 定積分的意義	82
5. 多項式函數定積分的計算	63

答對率最高為定積分的意義類型的 82%, 最低為三次多項式的圖形類型的 28%。

4.2 高職不同類科學生在微積分單元學習成就的差異

4.2.1 施測對象國中會考成績

經研究者取得學生國中會考成績,以 104 年國中教育會考數學科能力等級加標示與加權分數對照表,利用加權分數組中點計算後,三種不同類科班級的平均數與標準差如下表四。

表四 國中會考數學成績的平均數與標準差

類科	平均數	標準差
商經科	55.63	12.15
資處科	55.60	11.01
廣設科	48.42	13.36

以入學時的數學成績來說，商經科與資處科的成績相近，廣設科則略低於其他兩科。

4.2.2 共變數分析

在排除共變項(國中會考成績)對依變項(微積分單元成就測驗得分)的影響力後，自變項(類科)對依變項造成的實驗處理，測得 $p < .05$ ，顯示達顯著水準，表示微積分單元成就測驗會因為受試樣本的類科不同，而有顯著的差異存在如下表五。

表五 微積分單元成就測驗共變數分析

來源	型 III 平方和	自由度	F	顯著性
前測	13275.860	1	28.644	.000
類科	13444.286	2	14.504	.000
誤差	39859.194	86		

4.2.3 成對比較

兩不同類科的顯著性皆小於 0.05，顯示兩不同類科間皆有顯著的差異存在，尤其以商經科與廣設科之間最為明顯如下表六。

表六 商經科、資處科與廣設科的成對比較結果

(I)類科	(J)類科	平均差異 (I-J)	標準 誤差	顯著性
商經科	資處科	14.378	5.710	.014
	廣設科	29.630	5.502	.000
資處科	廣設科	15.251	5.870	.011

此結果與近 3 年(財團法人技專校院入學測驗中心，104、105、106 學年度)統測數學成績全國平均商管群皆高於設計群 10 分左右的情形相符如下表七。

表七 商經科、資處科與廣設科的成對比較結果

學年度	全國	
	商管群	設計群
104	57.2	48
105	49.2	40.4
106	52.3	42

4.3 高職不同類科、不同性別學生在微積分單元學習成就的差異

4.3.1 不同類科同性別的平均數與標準差

首先呈現不同類科男女學生平均數與標準差如下表八。

表八 不同類科男女學生平均數與標準差

	商經科	資處科	廣設科
男受試者 平均數	10.11	11.4	3.5
男受試者 標準差	4.53	1.83	2.32
女受試者 平均數	11.53	8.82	7.29
女受試者 標準差	2.04	3.02	4.46

廣設科男學生平均數明顯低於其他兩科男學生，而商經科男學生的分數最為分散；商經科女學生平均數明顯高於其他兩科女學生，而廣設科女學生的分數較為分散。

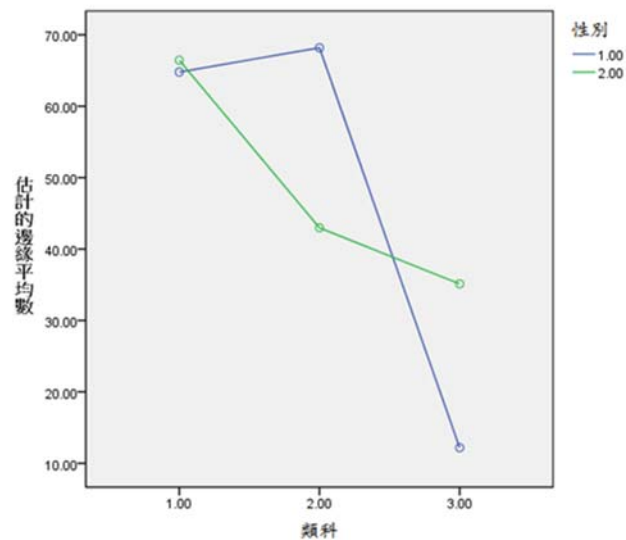
4.3.2 二因子變異數分析

分析方法採「二因子變異數分析」（一因子獨立，一因子相依），以學生類科（獨立因子）、性別（相依因子）為自變項，學生在「微積分單元成就測驗」的得分為依變項，進行二因子混合設計的變異數分析如下表九。

表九 不同類科與不同性別在微積分解題表現之二因子混合設計變異數分析

來源	型III 平方和	自由度	F	顯著性
性別	.729	1	.001	.971
類科	22303.204	2	20.143	.000
性別*類科	6625.750	2	5.984	.004

二因子間的交互作用達顯著水準 ($p=.004 < .05$)，也就是說不同類科與不同性別在學生的解題表現上有顯著差異，且不同類科與不同性別之間存在顯著的交互作用如下圖二。



圖二 不同類科與不同性別之間交互作用折線圖

此結果與郭淑華(2012)指出高職商業經營科女生的學習態度在整體上和自我學習的態度、學校課程設施的態度、授課教師的態度、同儕的態度、解決問題的態度等五構面，都較男生積極，且達顯著(.05)水準的結果不符，推論其原因可能與不同地區學生學習狀況存在其差異有關，本研究受試者所在縣市高職以農工居多，就讀商業經營科程度好的男學生相對減少。

5. 結論與建議

5.1 結論

5.1.1 高職生在「微積分單元」的學習成就有一定的程度

5.1.2 不同類科的高職生在「微積分單元」的學習成就有顯著差異

5.1.3 不同類科、不同性別的高職生在「微積分單元」的學習成就有顯著的交互作用

5.2 建議

5.2.1 先備知識的複習

有關微積分會用到的先備觀念如多項式的乘法、函數值、二次函數的圖形、二次函數的最大最小值、直線的斜率等，大多數學生沒有問題，可針對函數值、二次函數的最大最小值與斜率的關係稍做複習即可。

5.2.2 與統測題型的連結

統一入學測驗以多項函數的導數與導函數、多項函數的積分此類試題出現的頻率最高，而「微積分單元成就測驗」學生在導數與切線的答對率接近七成，在多項式函數定積分的計算答對率超過六成，可見學生對於此類題型理解能力算高，若能加強公式的背誦，必能提高此類題型的答對率。受試者三次多項式的圖形答對率不到三成，而統一入學測驗也未曾出現此類試題，教師可衡量花在此類型的授課時間。

5.2.3 廣告設計科的做與學

廣告設計科的男女學生在「微積分單元成就測驗」的學習成就皆明顯低於其他兩科的學生，研究者推估與廣告設計科很多科目偏向於實作，花在完成作業的時間也相對較長，是否壓縮到學習一般科目的時間。研究者建議在教導廣告設計科的學生數學時，可以使用小範圍的教學法，每次作業量也不宜太多，即教完一小部分就分配作業和檢查作業，若能搭配小範圍的小考相信學習成效更佳。

5.2.4 未來的研究方向增加使用數學(C)教材的類科

高職數學以數學(B)與數學(C)教材內容中包含微積分單元，此次研究對象為使用數學(B)教材之類科，若欲更進一步研究高職微積分單元的學習成就時，建議可納入使用數學(C)教材類科，藉以比較使用兩種數學教材時教學成效之不同，並且所得結果更能表示高職生在學習微積分單元時之整體學習情況。

致謝

除了感謝指導教授黃建中老師與兩位可愛的同學顏巧雯、黃志元，還有系上教導過我的所有老師外，還要感謝任教學校所有提供資料與協助過我的師生，以及要感謝口試委員蘇南誠教授和吳昌鴻教授的指導與諸多寶貴的意見，最後，要感謝在後期撰寫論文階段，一直支持我、督促我與陪伴著我的另外一半眯眯。

參考文獻

- [1] 李英維 (2012)。綜合高中資訊應用學程與高職資料處理科學生數學學習成效比較之研究(未出版之碩士論文)。佛光大學，宜蘭縣。
- [2] 辛靜宜，林珊如，葉秋呈 (2005)。五年制專科學生為績分學習動機與策略之初期研究。南大學報，39(2)，65-82。
- [3] 林怡均 (2009)。臺北市職業學校廣告設計科學校本位課程發展之研究(未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。
- [4] 財團法人技專校院入學測驗中心 (2018)。四技二專統一入學測驗考科範圍。網址:https://www.tcte.edu.tw/download/107year/107Range_4y/
- [5] 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要數習領域。台北市：教育部。
- [6] 郭生玉 (2004)。教育測驗與評量。台北市：精華。
- [7] 郭淑華 (2012)。新北市高職學校商業經營科學生學習態度之研究(未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。
- [8] 黃冠仁 (2006)。台灣地區大學生微積分學習態度的研究(未出版之碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- [9] 黃銀波 (1998)。專科生對微分解題之反思。嘉義技術學院學報，59，143-161。
- [10] 葉秋呈 (2007)。以模糊理論建構微積分學習之異同分析。測驗學刊，54(1)，175-196。
- [11] 謝哲仁 (2002)。可操作微積分基本概念教學之設計。翰林數學天地，30，21-34。
- [12] Hilton, T. L., & Berglund, G. W. (1974). Sex differences in mathematics achievement longitudinal study. *The Journal of Educational Research*, 67, 232-237.

- [13] Hyde, J. S., Fennema, E., & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: a meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2), 139-155.
- [14] Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: function, infinity, and proof. In D. A. Grouws, (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, a project of the national council of teachers of mathematics (pp. 495-511). New York: Macmillan.
- [15] Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus. Plenary presentation in Working Group 3, ICME, 7, 13-28.

