

A Study on the Relationship Among Problem-Solving Performance, Gender and Mathematical Ability of the Ninth Grade Students by Different Representations of Linear Functions

Chiao-Wen Yen^{1*}, and Chien-Chung Huang²

¹ Alian Junior High School, Kaohsiung, Taiwan

² Department of Applied Mathematics, National University of Tainan, Taiwan

Abstract

The purpose of this study was to investigate the problem-solving performance of the different representations of the ninth grade students and the relationship between different genders and different mathematical abilities. In this study, data was collected through examinations. Participants were ninth grade students from one suburb school in Kaohsiung City. Problem-solving performance of those ninth grade students was measured using the linear function examination designed by the researcher. Statistical methods of Descriptive statistics, Independent-Sample t test, One-way ANOVA, Two-factor ANOVA and Pearson-product moment Correlation, etc. were then employed to analyze the problem-solving performance of the different representations of the ninth grade students, the relationship between different genders and different mathematical abilities, whether there were interactions between different genders or different mathematical abilities and whether the ability to represent conceptual reciprocal problems has a significant correlation.

The research results were as follows:

1. There was no significant difference between genders among the ninth grade students in the performance of linear function examination.
2. There were significant differences among the ninth-grade students with different mathematical ability in the performance of linear function examination.
3. There were no remarkable interaction effects between different representations of the linear function and different genders.
4. There were remarkable interaction effects between different representations of the linear function and different mathematical abilities.
5. There was significant positive correlation between the performance of the ninth-grade students in the representation of the transforming ability of the concept reciprocal question.

Index Terms : Representation, the types of representation, the reciprocal concept of representation, ability of transforming representation, linear functions

* Corresponding author:wen0822@yahoo.com

DOI : 10.3966/2223448920190400901006

線型函數不同表徵問題對國三學生解題表現、性別 與數學能力間關係之研究

顏巧雯*

高雄市立阿蓮國民中學

黃建中

國立臺南大學應用數學系

摘要

本研究旨在探討國三學生在線型函數不同表徵問題的解題表現及不同性別、不同數學能力間的關係。本研究採紙筆測驗蒐集量化資料，依據國三學生在研究者自編的線型函數解題能力測驗上的解題表現。研究者取高雄市某一介於城鄉之間的國民中學三年級學生作為樣本，完成研究者自編的線型函數解題能力測驗，透過描述性統計、獨立樣本 t 檢定、單因子變異數分析、二因子變異數分析及 Pearson 積差相關等統計方法，將所蒐集到的量化資料去分析國三學生在線型函數不同表徵問題之解題表現、不同性別及不同數學能力是否會對解題表現造成差異、不同表徵型式與不同性別或不同數學能力二者之間是否存在交互作用的關係以及表徵概念互逆問題之轉換能力是否有顯著的相關。研究結果如下：

- 一、不同性別的國三學生在線型函數解題表現沒有顯著差異
- 二、不同數學能力的國三學生在線型函數解題表現有顯著差異
- 三、線型函數不同表徵型式和不同性別二者之間不存在顯著交互作用
- 四、線型函數不同表徵型式和不同數學能力二者之間存在顯著交互作用
- 五、國三學生在表徵概念互逆問題之轉換能力的解題表現有顯著正相關

關鍵字：表徵、表徵類型、表徵概念互逆、表徵轉換、線型函數

壹、前言

數學一直是國民教育的核心課程，也是基礎科學的重心所在，數學的價值與應用都和日常生活息息相關。我國現行九年一貫課程綱要的課程目標明文列出「培養獨立思考與解決問題的能力。」(教育部，2003)。而在美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM],1989)出版的《中小學數學課程與評量標準》(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)中第一項亦指出「數學即解題」，意即想要提升數學能力，數學解題是一個很重要的數學學習過程。

目前全國教育改革正在進行中，舊有的傳統教學與評量已不符合時代潮流，因此運用多元化教學及多元化評量是勢在必行，而九年一貫課程總目標強調的是能力的開拓，要為國民的終身學習奠下基礎，以因應社會變遷，這有別於僅僅是知識的傳授。然而，這不但沒減低數學的重要性，反而能使數學課程顧及技術層面外，更重視與其他領域的連結，更強調解決問題，以及與他人溝通講理等各種能力的培養，這些能力就是幫學生發展如何學與樂於學的基礎。

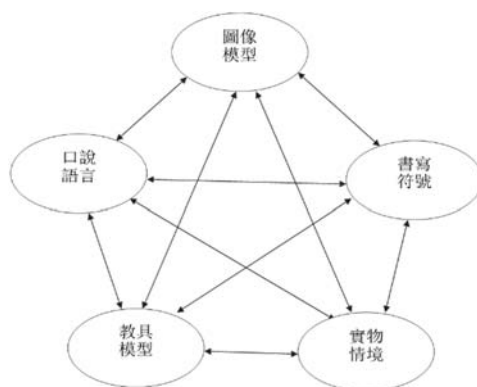
再者，函數不僅是數學上的重要概念之一，在科學與日常生活中也占有重要地位，許多不同領域都可見其蹤跡。然而，函數對學生而言是比較困難的單元，在國中階段函數主要著重在說明生活中蘊含著各種對應關係，表徵的方式也十分多元，而且函數的概念是較為抽象且難以理解的。

本研究除了分析國三學生在線型函數不同表徵問題之解題表現之外，還加入不同性別、不同數學能力的變項，來檢測其解題表現的差異，最重要的是想探究國三學生在表徵概念互逆的線型函數之轉換能力的相關性。期望研究結果能更了解學生的學習狀況，對未來教學有所助益。

貳、表徵的發展與線型函數教材地位

一、表徵的發展

Dudour-Janvier, Bednarz 與 Belanger(1987)則認為表徵的作用可用來呈現數學概念和思維，屬於數學本質上重要的一環，也是數學概念外在具體化的呈現形式。Lesh, Post 與 Behr(1987)認為表徵是指外在的、可觀察的具體物，代表學生的內在觀念，並主張不同表徵型式之間具有互動性。因此他們強調此表徵系統中的五種表徵型式都很重要，但五種表徵彼此間的轉化(translations)和轉換(transformations)更為重要。如下圖一。



圖一 表徵系統互動模式圖

資料來源：Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representation in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier(Ed.). Problems of

representation in teaching and learning of mathematics, p.34. Hillsdale, NJ: Erlbaum

蔣治邦(1994, 1997)認為表徵是指用某一種型式,將外在事物或內在想法以另一種方式來呈現,藉以達成溝通的目的;當其所表現的意義能確實掌握後,表徵可進一步成為運思的材料,來簡化解題過程。何翊綺(2007)和徐黎婷(2009)發現學童在不同題目表徵題型的解題表現中圖示題表現是優於短語題,而短語題表現又優於文字情境題的解題表現;而林欣姿(2011)發現學童在時間計算問題的解題表現上,短語題的解題表現優於圖示題及文字情境題,而文字情境題的解題表現又優於圖示題;蔡其霖(2011)發現學生在不同題目表徵題型的解題表現,文字情境題表現優於短語題及圖示題,且短語題又優於圖示題。其中胡惠茹(2009)還進一步探討表徵互逆的相關性,互逆題雖然是指同一個概念,但是卻可以發現學生的解題情況,並不相同,這也是教學上需要留意的地方,所以本研究也將探討線型函數解題表現的表徵互逆關係。

二、線型函數教材地位

根據教育部(2008)頒布修訂之「九年一貫數學領域課程綱要」,將九年國民教育區分為四個階段:階段一為一、二年級,階段二為三、四年級,階段三為五、六年級,階段四為七至九年級。本研究的教材範圍在於七年級下學期數學課本第二冊第四章線型函數單元,線型函數是在二元一次方程式的圖形和正比與反比的基礎下,能夠理解什麼是函數、常數函數和一次函數,並且能將之繪製在直角坐標平面上,所以是二次函數的基礎觀念,若能學好線型函數,將對二次函數單元之學習有良好的助益,故本研究以線型函數為例,希望能給學生適當的幫助,提高其未來的學習成效。

參、性別與能力

影響數學之學習,存在著眾多因素,性別差異的刻板印象是否影響了大家客觀的認定,我們應該打破此迷思,讓男女生在學習上皆有良好表現,這才是大家所樂見的。畢竟數學是一套有系統之學問,其結構、原則、理論等皆是有一定之先後順序,難易層度也是循序漸進,所以基礎算數及觀念之建立是相當重要一環,唯有打好根基,才不致到高階層級時遇到無法進行之瓶頸(周台傑, 1989)。

由陳美芳(1995)、林美惠(1997)、林惠真(2005)、郭錦蓉(2012)的研究中指出不同數學能力對數學成就上的表現大致上都是有差異的,且不同數學能力在不同的表徵類型上的解題表現,也依研究主題和表徵類型的分類而有所不同。

肆、研究方法

一、研究設計

研究者取高雄市介於城鄉之間某所公立國中之一個國三班級 A 班做為預試研究對象,此樣本為男女合班,且為常態編班的班級,全班有 25 位,扣除 1 名長期請病假的學生外,有效樣本共 24 位。以高雄市某國中三年級中的四個班級為正式施測對象,計有男生 60 人,女生 55 人,扣除特殊生 14 人後,有效樣本應為 101 名學生,扣除無效樣本 9 位,因此實際有效樣本數為 92 位,其中含 41 位男生,51 位女生。測驗時間為一節課 40 分鐘。正式施測後,針對測驗內容,進行量化分析。

二、研究工具

研究工具為自編之紙筆測驗。研究者參考 Kloster (1999) 進行線型函數之表徵轉換能力研究所設計的表格並根據教育部頒佈的 97 年國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域及翰林版數學課程教材、七年級分年細目，再參考翰林版課本、習作現行教材中相關試題，將本研究之線型函數問題分成九種類型，其中每一類型又有 3 小題，而這九種類型是由三種不同向度的線型函數表徵型式組織而成，分別圖形 (graphs)、數對 (numbers) 以及代數 (equations)，如表一所示，以編製預試測驗。

表一 線型函數的表徵型式轉換表

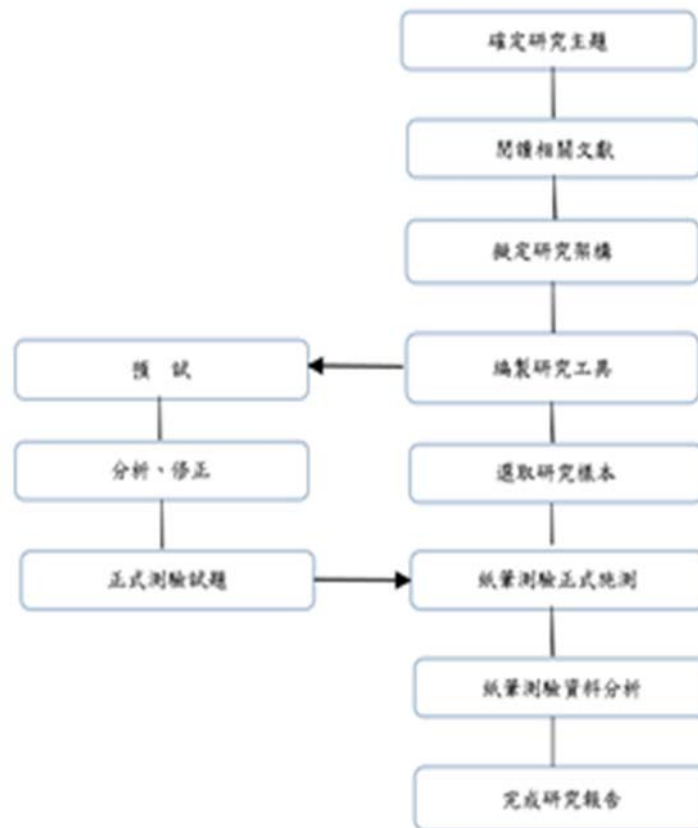
	圖形(G)	數對(N)	代數(E)
圖形 (G)	(1)給定線型函數問題的文字敘述，能作出此線型函數的圖形	(4)給定線型函數的圖形，能列出此圖形上的坐標數對(GN)	(7)給定線型函數的圖形，能求出此圖形的代數式(GE)
	(VG)		
數對 (N)	(2)給定某些線型函數上的座標數對，能在座標平面上描繪出此線型函數的圖形	(5)給定線型函數問題的文字敘述，能列出此線型函數上的坐標數對	(8)給定某些線型函數上的坐標數對，能求出此線型函數的代數式(NE)
	(NG)	(VN)	
代數 (E)	(3)給定線型函數的代數表徵，能在座標平面上描繪出此線型函數的圖形(EG)	(6)給定線型函數的代數表徵，能列出此線型函數上的坐標數對	(9)給定線型函數問題的文字敘述 (verbal) 能求出此線型函數的代數式(VE)
	(EN)		

編製完預試測驗題目後，先由研究者與一位數學教授討論後，獨立針對题目的難易度與敘述等，詳細地加以檢視。之後再找三位國三學生(程度分別為高、中、低成就)進行文意檢視，從中去測試學生是否了解題意，題目是否洽當，再來做修改。最後再與數位資深國高中數學教師討論，將原始的測驗題目加以修訂，編製成預試題目，試題共 27 題，寫出正確答案，每題給 1 分；筆誤、計算錯誤、多個答案中只有部份是對的、答案不正確或未作答，則該題不給分。

本測驗信度考驗上採用 Cronbach's α 係數做為內部一致性信度，測驗結果經統計分析套裝軟體 SPSS21.0 進行 Cronbach's α 之內部一致性信度分析，所測得的 α 值為 .94，即本試題具有相當高的內部一致性，即符合統計專家建議的標準且具有穩定性。測驗試題經過試題分析，大多具良好難易度及鑑別度，除了第 1、4、10、12、19 題難易度高於 .80；第 1 題和第 10 題鑑別度未達 .20，考量第 1 題與第 12 題、第 10 題與第 19 題為同一類型題目若皆刪除，將無法有效研究國中三年級學生對線型函數表徵轉換能力情形，經與指導教授討論後，僅將第 1 題和第 10 題刪除，其餘試題保留作為正式測驗的試題。

三、研究流程

本研究的研究流程分為六個階段：準備階段、研究工具編製階段、預試階段、正式施測階段、資料分析階段、撰寫研究報告階段。以下將本研究的實施流程以下圖二來說明：



圖二 研究架構圖

肆、結果分析與討論

一、性別差異與學生解題表現的關係

(一)測驗結果

男生得分的平均數為 10.24，標準差為 7.98，而女生得分的平均數為 9.43，標準差為 6.90。由此可看出男女生在線型函數解題能力測驗上的表現上沒有很大的差異，但男生的標準差比女生的標準差大。

(二)獨立樣本檢定

在測驗得分方面，F 檢定未達顯著($p > .05$)，所以 t 值應查看「假設變異數相等」一列，得知 t 值 = .52, $p = .60 > .05$ ，顯示未達到 .05 的顯著水準，因此男女生在線型函數解題能力測驗的表現並無顯著差異。

(三)討論

學生性別和學生在線型函數解題能力測驗的三大類型表徵題目表現上沒有顯著差異。本研究與文獻(徐黎婷, 2009; 胡惠茹, 2009; 蔡其霖, 2011; 郭錦蓉, 2012)研究結果相符。

二、數學能力與學生解題表現的關係

(一)測驗結果

高數學能力組得分的平均數為 20.40，標準差為 3.08，中數學能力組得分的平均數為 7.90，標準差為 2.94，而低數學能力組得分的平均數為 2.36，標準差為 .91。由此可看出高數學能力組的解題表現相當好，內部成員的差異性相較於中數學能力組及低數學能力組，而低數學能力組其內部成員的差異性比較小，而中數學能力組之解題表現則介於高、低數學能力組之間。

(二)單因子變異數分析

由表二的統計結果發現 $p < .05$ ，高、中、低數學能力組在線型函數解題能力測驗上的解題表現彼此之間是有差異的。

表二 不同數學能力學生在線型函數解題能力測驗上的單因子變異數分析

	平方和	自由度	F	顯著性
組間	4343.697	2	321.419	.00
組內	601.379	89		
總和	4945.076	91		

(三)成對比較

由表三分析，在平均差異 (I-J) 欄如出現星號表示那兩組的 Scheffe 事後比較差異顯著，經事後比較結果發現，高 > 低；中 > 低；高 > 中，也就是說高數學能力組的學生之解題表現比中數學能力組的學生好，中數學能力組的學生之解題表現又比低數學能力組的學生好。

表三 不同數學能力學生在線型函數解題能力測驗分數上的多重比較 Scheffe 法

(I)	(J)	平均差異(I-J)	標準誤	顯著性
高	中	12.495*	.657	.000
高	低	18.040*	.735	.000
中	低	5.545*	.657	.000

(四)討論

不同數學能力和學生在線型函數解題能力測驗的三大類型表徵題目表現上有顯著差異。本研究與文獻(陳美芳, 1995; 胡惠茹, 2009; 林欣姿, 2011; 蔡其霖, 2011)研究結果相符。

三、線型函數表徵型式及性別差異二者與學生解題表現的關係數學能力與學生解題表現的關係

(一)測驗結果

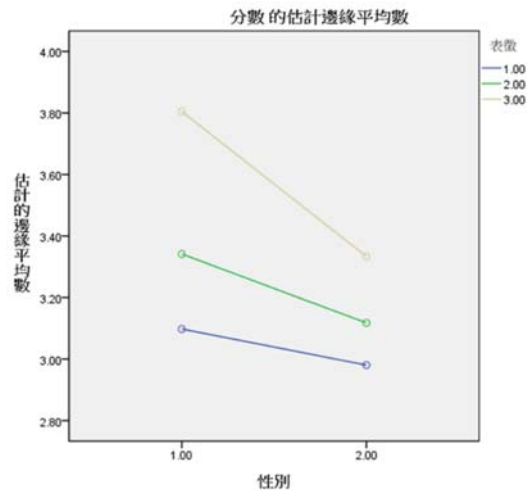
由表四男女學生在三大類型表徵題目的平均數的統計結果顯示，男生在線型函數解題能力測驗之圖形表徵題、數對表徵題和代數表徵題的平均得分都較女生高一些。

表四 男女學生在三大類型表徵題目的平均數

	男生	女生
圖形表徵題	3.10	2.98
數對表徵題	3.34	3.12
代數表徵題	3.81	3.33

(二)二因子混合設計變異數分析

分析結果顯示，二因子的交互作用未達顯著水準 ($p = .90 > .05$)，也就是說，不同題目表徵型式在學生的解題表現上沒有顯著差異 ($p = .38 > .05$)，且不同的學生性別在學生的解題表現上也沒有顯著差異 ($p = .39 > .05$)，且不同學生性別與不同題目表徵型式之間並不存在顯著的交互作用。亦可由圖三的折線圖分析，整體而言，不論是男生或女生，皆在代數表徵題的表現最優，其次為數對表徵題，接著最後才是圖形表徵題，也因為沒有顯著所以圖形沒有相交。



圖三 男女生在三大類型表徵題目的平均數折線圖

(三)討論

根據研究者多年的教室觀察與教學經驗，發現學生升上國中後，數學方面的學習以解題為主，因此面對解方程式類型题目的計算能力是學生較為熟練的，因此不論男女生，一樣皆在代數表徵題的解題表現最優。而圖形表徵題因具有整體性與具體性，能有效降低學生解題時的記憶負荷，比較容易幫助理解題意，此與 Moyer et al. (1984) 認為圖形能夠彌補文字資料的不足的觀點雷同，因此不論男女生在此類的表現都算不錯。

四、線型函數表徵型式及數學能力二者與學生解題表現的關係

(一)測驗結果

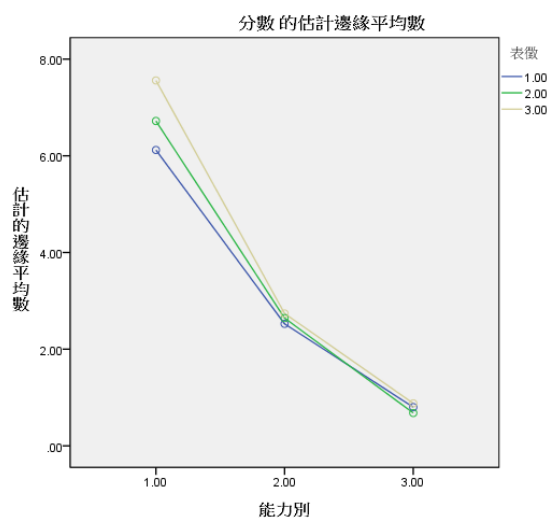
由表五統計結果顯示，不論在文字敘述表徵題、圖形表徵題或數對表徵題中，高數學能力學生的解題表現均顯著優於中數學能力學生，中數學能力學生的解題表現也均顯著優於低數學能力的學生。

表五 高中低數學能力學生在三大類型表徵题目的平均數

	高數學 能 力	中數學能 力	低數學能 力
圖形表徵 題	6.12	2.52	0.80
數對表徵 題	6.72	2.64	0.68
代數表徵 題	7.56	2.74	0.88

(二)二因子混合設計變異數分析

分析結果顯示，二因子間的交互作用達顯著水準 ($p = .025 < .05$)，也就是說不同數學能力與不同題目表徵型式在學生的解題表現上有顯著差異，且不同數學能力與不同題目表徵型式之間存在顯著的交互作用。亦可由圖四的折線圖分析，高、中能力學生皆在代數表徵題平均數上的解題表現最優，其次為數對表徵題，接著最後才是圖形表徵題，而低能力學生在代數表徵題平均數上的解題表現也是最優，但其次為圖形表徵題，最後才是數對表徵題。



圖四 不同能力學生在三大類型表徵題目的平均數折線圖

(三)討論

不同數學能力的學生和不同表徵型式之線型函數問題的解題表現二者之間存在顯著交互作用。本研究與文獻(陳美芳, 1995; 林美惠, 1998; 洪志峰, 2007)研究結果相符。

五、學生在表徵概念互逆問題之轉換能力的解題表現

(一)測驗結果

1. GN-NG

由表六的統計結果顯示， $r=0.419$ ， $p<.05$ ，也就是說，學生在線型函數解題能力測驗上的 GN 類型題目和 NG 類型題目之解題表現存在顯著正相關。

表六學生在 GN 和 NG 表徵類型題的相關性分析

	GN	NG
Pearson 相關	1	.419**
顯著性 (雙尾)		.000
個數	276	92
Pearson 相關	.419**	1
顯著性 (雙尾)	.000	
個數	92	92

** 在顯著水準為 0.01

時 (雙尾)，相關顯著。

2. GE-EG

由表七的統計結果顯示， $r=0.769$ ， $p<.05$ ，也就是說，學生在線型函數解題能力測驗上的 GE 類型題目和 EG 類型題目之解題表現也存在顯著正相關。

表七學生在 GE 和 EG 表徵類型題的相關性分析

		GE	EG
GE	Pearson 相關	1	.769**
	顯著性 (雙尾)		.000
	個數	92	92
EG	Pearson 相關	.769**	1
	顯著性 (雙尾)	.000	
	個數	92	92

** . 在顯著水準為 0.01 時 (雙尾)，相關顯著。

3. NE-EN

由表八統計結果顯示， $r=0.619$ ， $p<.05$ ，也就是說，學生在線型函數解題能力測驗上的 NE 類型題目和 EN 類型題目之解題表現亦存在顯著正相關。

表八學生在 NE 和 EN 表徵類型題的相關性分析

		NE	EN
NE	Pearson 相關	1	.619**
	顯著性 (雙尾)		.000
	個數	92	92
EN	Pearson 相關	.619**	1
	顯著性 (雙尾)	.000	
	個數	92	92

** . 在顯著水準為 0.01 時 (雙尾)，相關顯著。

綜合上述統計結果，學生在線型函數解題能力測驗上的 GN 類型題目和 NG 類型題目之解題表現存在顯著相關；學生在線型函數解題能力測驗上的 GE 類型題目和 EG 類型題目之解題表現存在顯著相關；學生在線型函數解題能力測驗上的 NE 類型題目和 EN 類型題目之解題表現存在顯著相關。因此，由以上各表的結果充分顯示，學生在線型函數解題能力測驗上的概念互逆問題之解題表現存在顯著相關。

(三) 討論

在數學與自然科學上有許多概念、規律是互逆的，在教學上若可採用這些互逆概念、規律的學習，學生可以由因推出果，也可以由果回溯因，這種正逆思維聯結的教學法，不僅可以對概念辨析得更清楚，理解得更透徹，而且還能養成整體思考問題的良好習慣。由於國內在過去較少探討表徵概念互逆問題的相關研究，因此本節的研究發現可供我們未來教學時的一個重要參考依據。

陸、結論與建議

一、結論

- (一) 不同性別的國三學生在線型函數解題表現沒有顯著差異
- (二) 不同數學能力的國三學生在線型函數解題表現有顯著差異
- (三) 線型函數不同表徵型式和不同性別二者之間不存在顯著交互作用
- (四) 線型函數不同表徵型式和不同數學能力二者之間存在顯著交互作用
- (五) 國三學生在表徵概念互逆問題之轉換能力的解題表現有顯著正相關

二、建議

(一) 教學教學策略的建議

建議未來數學教師在教學策略上，不管是針對程度好或程度差的學生，可多用圖形作為問題的表徵，培養學生利用圖形表徵來改善對題意的理解，進而增進解題的表現，在解圖形表徵題都較不會輕易放棄。

(二) 建議多採互逆的概念

由本研究顯示，在線型函數解題能力測驗上的互逆問題之轉換能力的解題表現存在顯著正相關。建議未來數學教師在教學上可多採互逆的概念，不僅可以讓學生去了解其因果關係，亦能加強學生概念的建立，還能讓他們養成整體思考問題的解題模式。

(三) 教學模式的建議

不同性別的學生在數學學習上，有其不同的特性，值得未來的數學教師運用性別差異做異質分組進行合作學習，以達到教學的最佳效果。

(四) 課程或評量的建議

建議未來的數學教師在課程或評量中，多給予學生練習以不同表徵解題的機會，一方面可培養學生在不同表徵間轉換的理解能力，一方面提供合適的表徵型式，增進其解題的興趣。

(五) 研究方法的建議

因時間上的限制，本研究只採用紙筆測驗探討學生的解題表現，建議未來在進行相關研究時，若能克服時間的限制，採用不同的研究方法進行評量與分析，或許能有更多的後續研究去探討。

柒、參考文獻

- [1] 何翊綺(2008)。不同題目表徵呈現的面積概念題型對國小六年級學童解題的影響(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- [2] 周台傑(1989)。國民中學智能不足學生數學能力之研究。《特殊教育學報》，4，183-213
- [3] 林欣姿(2011)。不同題目表徵呈現的時間計算題型對國小五年級學童解題的影響(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- [4] 林美惠(1997)。題目表徵形式與國小二年級學生加減法解題之相關研究(未出版之碩士論文)。國立嘉義師範學院，嘉義市。
- [5] 林惠真(2005)。國小五年級學生在不同題目表徵型式下對分數加減之解題情形(未出版之碩士論文)。國立台中師範學院，台中市。
- [6] 洪志峰(2007)。不同題目表徵型式對國小五、六年級學童多步驟應用問題解題表現之研究(未出版之碩士論文)。國立台北教育大學，台北市。

- [7] 胡惠茹(2009)。不同二次函數表徵問題對國三學生解題影響之探究(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- [8] 徐黎婷(2009)。不同題目表徵呈現的體積概念題型對國小六年級學童解題的影響(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- [9] 教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程與綱要數學學習領域。台北市：教育部。
- [10] 教育部(2008)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北市：教育部。
- [11] 郭錦蓉(2012)。不同直線方程式表徵問題對七年級學生解題影響之探究(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- [12] 陳美芳(1995)。「學生因素」與「題目因素」對國小高年級兒童乘除法應用問題解題影響之研究(未出版之博士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- [13] 蔡其霖(2011)。不同題目表徵呈現的二元一次方程式題型對國中二年級學生的解題表現影響(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- [14] 蔣治邦(1994)。由表徵觀點探討新教材數與計算活動的設計。載於台灣省國民教師研習會(主編)。國民小學數學科新課程概說(低年級)。60-76。台北市：台灣省國民學校教師研習會。
- [15] 蔣治邦(1997)。由表徵的觀點看格式的選擇。載於台灣省國民教師研習會(主編)。國民小學數學科新課程概說(中年級)。49-65。台北市：台灣省國民學校教師研習會。
- [16] 翰林文教(2016)。國中數學教師手冊第二冊。翰林文教事業股份有限公司，新北市。
- [17] 教育部八十六、八十七年度國民教育階段學生基本成就學習評量研究報告。台北市：國立台灣師範大學科學教育中心。
- [18] Dufour-Janvier, B. Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, Hillsdale, NJ: Erlbaum, 109-122.
- [19] Kloster, T. E. (1999). *An Assessment of The Comprehension of The Cartesian Plane in College Students*. Unpublished doctoral dissertation, University of Northern Colorado, Greeley.
- [20] Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representation in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier(Ed.). *Problems of representation in teaching and learning of mathematics*, 33-40. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- [21] National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

BIOGRAPHIES



Chiao-Wen Yen received the M.S. from the Department of Applied Mathematics, National University of Tainan, Taiwan, in 2018.

Now, she is an junior high school teacher teaching in Alian Junior High School, Kaohsiung, Taiwan. Her teaching interests are creating a cooperation etc..



Chien-Chung Huang received the PH.D. degree from University of Northern Colorado, Colorado, U.S.A.

Now, he is an associate professor of the Department of Applied Mathematics, National University of Tainan, Taiwan. His research interests are Pre-service teacher professional development, mathematics education, mathematics analysis etc.

