

相關性通道缺陷下放大轉發式 MIMO 多中繼通訊系統 強健型雙向聯合收發機設計

胡家彰、吳柏璋、湯剛造、蘇浩璿

國立中正大學 通訊工程研究所
嘉義縣民雄鄉三興村大學路 168 號

Email : iecch@ccu.edu.tw、h4830309@hotmail.com、secret.tangkt@gmail.com、leosu10039@gmail.com

摘要

本論文考慮在通道狀態資訊(channel state information, CSI)缺陷且通訊系統兩端天線皆有相關性通道情況下放大轉發式(amplified-and-forward, AF)雙向(two-way)多天線輸入輸出系統(multiple input multiple output, MIMO)之中繼強健型(robust)收發機設計基於總和傳輸速率(sum-rate)之架構。在功率限制下此系統得出之函數最佳化問題由於其無最佳化條件限制且非凹亦非凸之特性，因而使用共軛梯度法(conjugate gradient, CG)，其結果可收斂至區域最佳解(local optimal solution)。電腦模擬結果顯示考慮了通道估測誤差的強健型設計在高訊雜比(signal to noise ratio, SNR)情況下能夠有效抵抗非強健型設計在通道狀態資訊缺陷以及殘餘自干擾對總和傳輸速率所造成之影響。

一、簡介

隨著時代推演，各種進階無線通訊技術不斷的被提出，如高傳輸速率、高品質、高頻譜效率、高容量以及低消耗功率等等，不過礙於無線頻寬極其珍貴性再加上人類數目及生活區域不斷擴大與都市建築越來越複雜因此支援更長距離且更高頻寬需求的應用導致現今通訊技術必須更有效地利用有限的頻譜，屈就於這點而有學者提出在發射與接收端具有多根天線之多重輸入多重輸出系統(multiple input multiple output, MIMO)技術利用其空間分集(spatial diversity)的方式結合頻率分集(frequency diversity)或時間分集(time diversity)可根據傳送環境規劃在不提高發射功率與傳輸頻寬的狀況下配置設備提高整體傳輸系統的通道容量[1][2]。其他配套措施有在發射端利用通道狀態資訊(channel state information, CSI)設計預編碼器(precoding)更能提高整體傳輸品質[3][4]之技術被提出。資料傳輸時透過中繼站的合作式通訊(cooperative communication)[5][6]同時結合 MIMO 技術[7][8]透過分散式(distributed)中繼站，經由來源節點發送訊號至訊號區域內的使用者或中繼節點，再由中繼節點轉傳至目的節點。此一方法可以避免通道衰減對訊號的影響並且實現以空間分集創造虛擬天線陣列以提高傳輸品質同時增加系統覆蓋範圍，綜合兩種優點的通訊技術也是受到學者先進廣泛的討論。

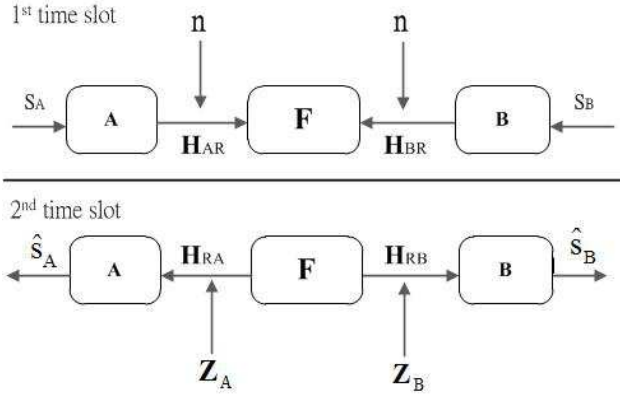
本文所考慮之單一放大轉發式中繼站，已發展出奇異值分解(singular value decomposition, SVD)引用最小均方誤差(minimum mean square error, MMSE)[9]或者使通道容量(channel capacity)[10]最大化來設計中繼站加權矩陣；而在多放大轉發式中繼站相對單一中繼站來說是非常複雜且難以處理的。其中共軛梯度法(conjugate gradient, CG)設計中繼站加權矩陣需要中繼站擁有完整的通道資訊(perfect channel state information)，但是考慮到真實的通訊狀況，系統因為有限的訓練序列(training sequence)、時變通道、雜訊以及量化誤差等原因導致通道估計有所誤差，這樣的估計誤差將會造成整體系統效能大幅度的降低[11]。

雙向(two-way, bidirectional)傳輸協定可以用來克服在單向(one-way)半雙工(half-duplex)系統下所損失的頻譜效益(spectral efficiency)[12]。在第一時槽(first time slot)兩邊終端同時傳送各自的訊息給中繼站，而第二時槽中繼站將接收到的所有資料傳送給兩邊終端[11]。由於終端知道自己傳輸的資料，在第二時槽可以從接收到的基頻訊號中刪除部份自我干擾(self-interference)[12][13]。本論文中所研究之總和傳輸速率(sum-rate)為單位頻率內之總通道容量，對於總合傳輸速率而言，雙向傳輸協定相較於單向傳輸協定亦能夠大幅增加其速率，在此傳輸協定架構下，結合中繼端加權矩陣之聯合設計可有效提升系統之總和傳輸速率。符號定義：大寫與小寫粗寫體字母代表矩陣與向量，

$(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^*$ 、 $(\cdot)^H$ 與 $(\cdot)^{-1}$ 分別代表轉置、共軛、共軛轉置與逆矩陣； $\|\cdot\|_F^2$ 代表矩陣/向量的 Frobenius norm； $E\{\cdot\}$ 與 $\Re\{\cdot\}$ 代表期望值與取實數運算子； $\text{tr}(\cdot)$ 與 $\text{vec}(\cdot)$ 代表矩陣的軌跡與行堆疊運算。

二、系統架構與通道模型

考慮兩邊終端皆配置 M 根天線，並且在中繼站上皆配置 N 根天線，如圖一所示 $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 代表中繼站的加權矩陣。我們在此假設中繼站為半雙工，且兩終端間的直接通道由於通道衰減而忽略不計。在第一時槽，兩終端信號向量為 $\mathbf{s}_A \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 和 $\mathbf{s}_B \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ，滿足均值為零與共變異數矩陣分別為維度 N 與 M 的單位矩陣



圖一:雙向放大轉發式 MIMO 中繼站系統

$E\{s_A s_A^H\} = \frac{P_A}{M} \mathbf{I}_M$ 和 $E\{s_B s_B^H\} = \frac{P_B}{M} \mathbf{I}_M$ ，其中 P_A 與 P_B 分別為終端 A 與終端 B 之傳輸功率。終端 A 與終端 B 將此二訊號分別發送、經過通道 \mathbf{H}_{AR} 與 \mathbf{H}_{BR} 後由中繼端接收，所得之訊號為 \mathbf{r} ：

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_{\Gamma R} \mathbf{s}_A + \mathbf{H}_{\Gamma R} \mathbf{s}_B + \mathbf{n}, \Gamma = A, B \quad (1)$$

符號 Γ 代表當 $\Gamma = A$ 時則 $\bar{\Gamma} = B$ ，反之亦然，其中 $\mathbf{H}_{\Gamma R} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 與 $\mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 為兩終端向中繼端之後向通道矩陣， $\mathbf{n} \in \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_N)$ 為複數高斯雜訊。假設每一個中繼站之間的距離足夠遠使得中繼站互不造成干擾，所以雜訊間可假設為不相關。在第二時槽，各個中繼站將接收到的訊經過加權矩陣與功率調整 γ 後分別經過兩前向通道矩陣 $\mathbf{H}_{R\Gamma} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 與 $\mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 傳送至終端 A 與終端 B 接收之訊號由於終端知道本身所傳送的符號以及估計後的通道資訊而刪除自干擾項後得到

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma} = \gamma \mathbf{H}_{R\Gamma} \mathbf{F} \mathbf{H}_{\Gamma R} \mathbf{s}_{\Gamma} + \gamma \mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{n} + \mathbf{z}_{\Gamma} \quad (2)$$

其中 γ 為將傳送功率調整至中繼站功率限制 P_R 之正規化功率係數可表示為

$$\gamma = \sqrt{\frac{\rho_R}{\text{tr}\{\mathbf{F}[\rho_A^2 \mathbf{H}_{\Gamma R} \mathbf{H}_{\Gamma R}^H + \rho_B^2 \mathbf{H}_{\bar{\Gamma} R} \mathbf{H}_{\bar{\Gamma} R}^H + \mathbf{I}_N] \mathbf{F}^H\}}} \quad (3)$$

$\mathbf{z}_A \in \mathcal{CN}(0, \sigma_z^2 \mathbf{I}_M)$ 與 $\mathbf{z}_B \in \mathcal{CN}(0, \sigma_z^2 \mathbf{I}_M)$ 代表接收端所接收到之雜訊。

通道方面假設終端與中繼站的天線間具有相關性，根據康瑞克(Kronecker)模型將各通道矩陣拆解成以下表示

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\Gamma R} &= \tilde{\mathbf{\Theta}}_{\Gamma R}^{1/2} \mathbf{H}_{\Gamma R}^w \Psi_{\Gamma R}^{1/2}, \Gamma = A, B, \\ \mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}} &= \tilde{\mathbf{\Theta}}_{R\bar{\Gamma}}^{1/2} \mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}}^w \Psi_{R\bar{\Gamma}}^{1/2}, \Gamma = A, B, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\tilde{\mathbf{\Theta}}_{\Gamma R}^{1/2}$ 與 $\tilde{\mathbf{\Theta}}_{R\bar{\Gamma}}^{1/2}$ 接收端天線相關性矩陣， $\Psi_{\Gamma R}^{1/2}$ 與 $\Psi_{R\bar{\Gamma}}^{1/2}$ 為發射端天線相關性矩陣。 $\mathbf{H}_{\Gamma R}^w$ 與 $\mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}}^w$ 則分別為後向與前向空間白(spatially white)複數高斯隨機矩陣。

三、問題公式化

使用有缺陷的通道資訊，可將(5)和(6)式終端接收到的訊號改寫為

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma} = \gamma \underbrace{(\bar{\mathbf{H}}_{R\Gamma} + \Delta \mathbf{H}_{R\Gamma}) \mathbf{F} (\bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R} + \Delta \mathbf{H}_{\Gamma R})}_{\mathbf{s}_{\Gamma}} \mathbf{s}_{\Gamma} + \gamma \underbrace{(\bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} + \Delta \mathbf{H}_{R\bar{\Gamma}}) \mathbf{F} \mathbf{n}}_{\mathbf{n}_{\Gamma}} + \mathbf{z}_{\Gamma} \quad (5)$$

接著根據互消息(mutual information)定義

$$I(\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma}; \mathbf{s}_{\Gamma}) = \log_2 \left| \mathbf{I} + \frac{E\{\tilde{\mathbf{s}}_{\Gamma} \tilde{\mathbf{s}}_{\Gamma}^H\}}{E\{\tilde{\mathbf{n}}_{\Gamma} \tilde{\mathbf{n}}_{\Gamma}^H\}} \right| \quad (6)$$

將(5)代入估測誤差項代入期望值展開運算可得

$$\begin{aligned} I(\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma}; \mathbf{s}_{\Gamma}) &= \log_2 \left| \mathbf{I}_M + \frac{\rho_{\Gamma} [\mathbf{H}_{\Gamma\bar{\Gamma}} + \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{K}_{\Gamma R} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{\Gamma} + \mathbf{R}_{\Gamma}]}{\bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{R\bar{\Gamma}} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M} \right| \\ &= \log_2 \left| \rho_{\Gamma} [\mathbf{H}_{\Gamma\bar{\Gamma}} + \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{K}_{\Gamma R} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{\Gamma} + \mathbf{R}_{\Gamma}] + \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{R\bar{\Gamma}} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M \right| \\ &\quad - \log_2 \left| \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{R\bar{\Gamma}} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M \right| \end{aligned} \quad (7)$$

此時 γ 值亦由於通道考量估測誤差而改為

$$\gamma = \sqrt{\frac{\rho_R}{\text{tr}\{\mathbf{F}[\rho_A \mathbf{D}_A + \rho_B \mathbf{D}_B + \mathbf{I}_N] \mathbf{F}^H\}}} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\Gamma} &= \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R} \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{\Gamma R} \\ \mathbf{H}_{\Gamma\bar{\Gamma}} &= \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R} \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}}^H \\ \mathbf{K}_{\Gamma R} &= \text{tr}(\Psi_{\Gamma R}) \Theta_{\Gamma R}, \Theta_{\Gamma R} = \sigma_{e, \Gamma R}^2 \tilde{\Theta}_{\Gamma R} \\ \mathbf{R}_{\Gamma} &= \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{K}_{\Gamma R} \mathbf{F}^H \Psi_{R\bar{\Gamma}}) \Theta_{R\bar{\Gamma}}, \Theta_{R\bar{\Gamma}} = \sigma_{e, R\bar{\Gamma}}^2 \tilde{\Theta}_{R\bar{\Gamma}} \\ \mathbf{K}_{R\bar{\Gamma}} &= \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{R\bar{\Gamma}}) \Theta_{R\bar{\Gamma}} \end{aligned}$$

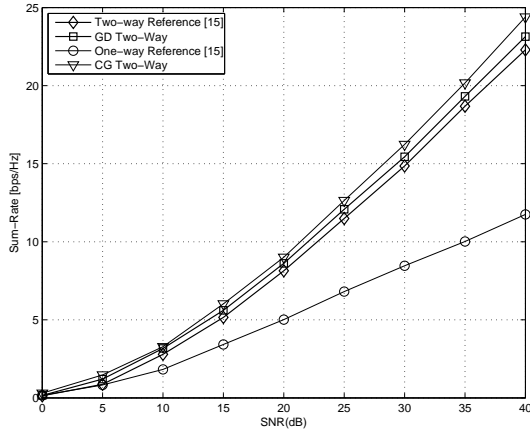
根據[19]之總和傳輸速率(sum-rate)定義

$$R_{\text{sum}} = \frac{1}{2} \{I(\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma}; \mathbf{s}_{\Gamma}) + I(\tilde{\mathbf{y}}_{\bar{\Gamma}}; \mathbf{s}_{\bar{\Gamma}})\} \quad (9)$$

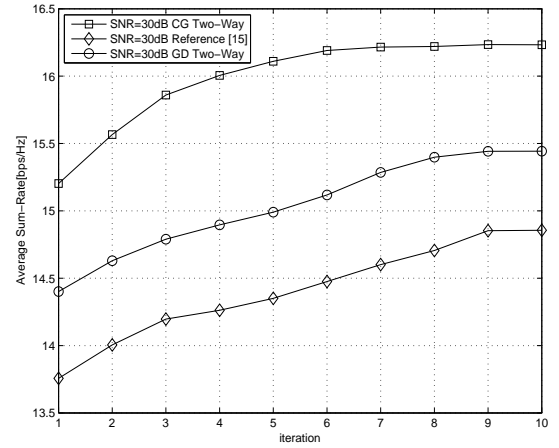
可得

$$\begin{aligned} R_{\text{sum}} &= \frac{1}{2} \log_2 \left| \rho_{\Gamma} [\mathbf{H}_{\Gamma\bar{\Gamma}} + \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{K}_{\Gamma R} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{\Gamma} + \mathbf{R}_{\Gamma}] + \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{R\bar{\Gamma}} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M \right| \\ &\quad - \frac{1}{2} \log_2 \left| \bar{\mathbf{H}}_{R\bar{\Gamma}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\Gamma R}^H + \mathbf{K}_{R\bar{\Gamma}} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M \right| \\ &\quad + \frac{1}{2} \log_2 \left| \rho_{\bar{\Gamma}} [\mathbf{H}_{\bar{\Gamma}R} + \bar{\mathbf{H}}_{R\Gamma} \mathbf{F} \mathbf{K}_{\bar{\Gamma}R} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\bar{\Gamma}R}^H + \mathbf{K}_{\bar{\Gamma}} + \mathbf{R}_{\bar{\Gamma}}] + \bar{\mathbf{H}}_{R\Gamma} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\bar{\Gamma}R}^H + \mathbf{K}_{R\Gamma} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M \right| \\ &\quad - \frac{1}{2} \log_2 \left| \bar{\mathbf{H}}_{R\Gamma} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\bar{\Gamma}R}^H + \mathbf{K}_{R\Gamma} + \frac{\sigma_z^2}{\gamma^2 \sigma_n^2} \mathbf{I}_M \right| \end{aligned} \quad (10)$$

在此目標為設計中繼端加權矩陣 \mathbf{F} 使得總和傳輸速率



圖二、單向與雙向放大轉發式 MIMO 中繼系統在不同搜索法之總和傳輸速率之比較



圖三、雙向放大轉發式MIMO中繼系統在不同搜索法於不同迭代次數之比較

R_{sum} 最大化，即

$$\max_{\mathbf{F}} R_{\text{sum}} \quad (11)$$

四、強健型聯合收發機設計

此處的最佳化問題為設計中繼端加權矩陣 \mathbf{F} ，使得一非凹(non-convex)非凸(non-concave)曲線函數最大；在如此的最佳化問題中，幾乎無法找到其解析的封閉型式(close form)解，因此可以使用共軛梯度(conjugate gradient)找解。在此法中，梯度方向並不是其搜索方向，須於得到梯度方向後再利用梯度方向找到其共軛方向(conjugate direction)，並將梯度方向與共軛方向分別求得對應步長之和當作搜尋方向。共軛梯度法之優點為可以避免梯度下降法中，梯度方向(即搜尋方向)重複搜索所造成的資源浪費，相對的其演算法複雜度較梯度下降法高。由於最佳化式中的目標函數為一實數函數，因此

該函數之梯度方向矩陣可以表示成 $\nabla_{\mathbf{X}} R_{\text{sum}} = 2 \frac{\partial R_{\text{sum}}}{\partial \mathbf{X}^*}$ ，

[15-13]其中 \mathbf{X} 即代表欲求之中繼端加權矩陣 \mathbf{F} ，因此接著必須將該函數對欲求變數之共軛複數進行偏微分。在這設定

$$\begin{aligned} \Xi_{\Gamma} &= \rho_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H + \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_n^2 \gamma^2} \mathbf{I}_M \\ \Sigma_{\Gamma} &= \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_n^2 \gamma^2} \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (12)$$

針對 (19) 式根據數學定理 $d\text{tr}(\mathbf{Y}) = \text{tr}(d\mathbf{Y})$ 與 $d \ln|\mathbf{Y}| = \text{tr}(\mathbf{Y}^{-1}(d\mathbf{Y}))$ 展開整理後可得

$$\begin{aligned} \nabla R_{\text{sum}} &= 2 \frac{\partial R_{\text{sum}}}{\partial \mathbf{F}^*} \\ &= \frac{1}{\ln 2} \left\{ \rho_{\Gamma} \left[\bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^* \Xi_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^T \mathbf{F} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H + \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^* \Xi_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^T \mathbf{F} \mathbf{K}_{\text{TR}} \right] \right. \\ &\quad + \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H \Xi_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} - \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H \Sigma_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} \\ &\quad + \rho_{\Gamma} \left[\bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^* \Xi_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^T \mathbf{F} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H + \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^* \Xi_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^T \mathbf{F} \mathbf{K}_{\text{TR}} \right] \\ &\quad + \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H \Xi_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} - \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}}^H \Sigma_{\Gamma} \bar{\mathbf{H}}_{\text{RT}} \mathbf{F} \\ &\quad + \text{tr}(\rho_{\Gamma} \Theta_{\text{RT}} \Xi_{\Gamma}) \times (\tilde{\Psi}_{\text{RT}} \mathbf{F} \mathbf{K}_{\text{TR}}) \\ &\quad + \text{tr}(\rho_{\Gamma} \Theta_{\text{RT}} \Xi_{\Gamma}) \times (\tilde{\Psi}_{\text{RT}} \mathbf{F} \mathbf{K}_{\text{TR}}) \\ &\quad + \text{tr}(\Theta_{\text{RT}} \Xi_{\Gamma}) \times (\tilde{\Psi}_{\text{RT}} \mathbf{F}) + \text{tr}(\Theta_{\text{RT}} \Xi_{\Gamma}) \times (\tilde{\Psi}_{\text{RT}} \mathbf{F}) \\ &\quad + \text{tr}(\rho_{\Gamma} \Theta_{\text{RT}} \Xi_{\Gamma}) \times (\tilde{\Psi}_{\text{RT}} \mathbf{F} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H) \\ &\quad \left. + \text{tr}(\rho_{\Gamma} \Theta_{\text{RT}} \Xi_{\Gamma}) \times (\tilde{\Psi}_{\text{RT}} \mathbf{F} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H) \right\} \\ &\quad + \frac{\sigma_z^2 / \sigma_n^2}{\rho_{\Gamma} \ln 2} \text{tr}[\Xi_{\Gamma} + \Xi_{\Gamma} - \Sigma_{\Gamma} - \Sigma_{\Gamma}] \\ &\quad \times \left(\mathbf{F} \left[(\rho_{\Gamma}^2 (\bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H + \mathbf{K}_{\text{TR}}) + \rho_{\Gamma}^2 (\bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}} \bar{\mathbf{H}}_{\text{TR}}^H + \mathbf{K}_{\text{TR}})) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right] \right) \end{aligned} \quad (13)$$

在共軛梯度搜索架構中，剩餘函數之設定為為負的梯度矩陣，即 $\mathbf{r}_{\mathbf{F}(j)} = -\nabla R_{\text{sum}}$ 。共軛梯度之演算法以迭代形式 $\mathbf{F}(j+1) = \mathbf{F}(j) + \lambda(j) \mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)}$ 。矩陣 $\mathbf{F}(j+1)$ 代表中繼預編碼矩陣的第 $(j+1)$ 次迭代更新。共軛梯度(CG)演算法的搜索方向表示為由剩餘的 Gram-Schmidt (GS) 共軛的均值所建構的 $\mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)}$ 定義如下：

$$\mathbf{d}_{\mathbf{F}(j+1)} = \begin{cases} \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j+1)} + \beta_{\mathbf{F}(j+1)} \mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)}, & j \geq 1, \\ \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j+1)}, & j = 0, \end{cases} \quad (14)$$

步階長 $\beta_{\mathbf{F}}$ 經由使用修正型 Polak-Ribiere-Polyak (PRP) 公式加上強健型 Wolfe-Powell (SWP) 直線搜索可計算出 $\beta_{\mathbf{F}} = \max\{0, \beta^{\text{PRP}}\}$ 。其 PRP 公式如下：

$$\beta^{\text{PRP}} = \frac{\left\| \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j+1)}^{\text{H}} (\mathbf{r}_{\mathbf{F}(j+1)} - \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j)}) \right\|_F}{\left\| \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j)}^{\text{H}} \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j)} \right\|_F} \quad (15)$$

由於最佳化問題的非線性特性,搜索方向所使用的步階長無法由數學封閉形式表示。正如共軛梯度演算法,經由保證梯度矩陣皆正交於搜索方的事實來確定 λ 值的條件:

$$\lambda(j) = \arg \min_{\lambda} J(\mathbf{F}(j) + \lambda \mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)}), \quad (16)$$

在這找出 λ 值的直線搜索策略稱為 SWP,其充分下降條件設定為 $\lambda(j) = \nu^m$ 當 m 是很小的非負整數值的時候符合:

$$J(\mathbf{F}(j+1)) - J(\mathbf{F}(j)) \geq \delta \nu^m \left\| \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j)}^{\text{H}} \mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)} \right\|_F \quad \text{and} \quad \left\| \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j+1)}^{\text{H}} \mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)} \right\|_F \leq \sigma \left\| \mathbf{r}_{\mathbf{F}(j)}^{\text{H}} \mathbf{d}_{\mathbf{F}(j)} \right\|_F,$$

其中 $0 < \delta < \sigma < 1$ 。共軛梯度搜索架構經由利用每次更新 \mathbf{F} 時會使累積均方誤差快速下降的事實來顯示其收斂而且收斂至局部最佳解。

五、電腦模擬與數據分析

在這一部分主要比較不同最佳解搜索法共軛梯度法與梯度下降法在考慮通道不完整的情況下兩者對總和傳輸速率(sum-rate)之關係。由於通道交互性的關係,通道在第二時槽與第一時槽的關係;以 \mathbf{H}_{TR} 為例假設 $\mathbf{H}_{\text{TR}} = (\mathbf{H}_{\text{RT}})^{\text{T}}$ 。模擬圖中之放大轉發式雙向 MIMO 系統中中繼站配置 $N=4$ 根天線,終端 A 與 B 皆配置 $M=4$ 根天線。且設定雙向終端 A 至中繼站與終端 B 至中繼站的通道估測誤差變異數皆相等; $\sigma_e^2 = 0$ 代表終端與中繼站擁有完整的通道資訊。此外在終端的傳送訊號向量皆使用 4-QAM 調變。迭代次數在此皆固定為 10 次,通道相關係數 ρ 皆為 0.45(天線相關性矩陣為一以 ρ 次方為元素之 Toeplitz matrix, 0.45 一般而言為高度相關與低度相關之分界), 估測誤差變異數設定為 $\sigma_e^2 = 0.003$ 。由圖一可以看出雙向傳輸在總和傳輸速率上效能高於單向傳輸,即便在不同最佳解搜索法情況下亦同,由於強健型設計考量通道估測誤差,抑制因為通道估測誤差所導致之相關性提升致使整體系統之總和傳輸速率降低,有效提升整體系統之總和傳輸速率,因此相較於非強健型設計在系統訊雜比(signal to noise ratio, SNR)越高其效果越趨明顯。在圖二可看出,即便在不同迭代次數下,系統通道考慮相關性以及估測誤差下依然有較好的表現,在這可以看出當系統訊雜比越高,整體總和傳輸速率越高,這是因為高訊雜比意味著自身訊號功率大過於雜訊功率,因此能夠正確無誤傳送到接收端之資料位元數也就越高,等同於傳輸速率也越高。圖中亦可看出增加迭代次數對於本文所提出之強健型系統也能夠有效提升總和傳輸速率,在最佳解搜索法中採用共軛梯度搜索法相較於梯度下降法能有效快速達到收斂。

六、結論

放大轉發式 MIMO 中繼系統於基於現實傳輸通道,考慮相關性以及不完整性傳輸之聯合收發機設計。且在總和傳輸速率準則下設計中計加權矩陣並引用共軛梯度搜索法搜尋中繼站加權矩陣之最佳解。電腦模擬結果顯示將通道相關性與不確定性考慮於設計之問題中,在總和傳輸速率之效能表現上皆比沒有考慮之設計來得優異,尤其在高訊雜比的情況,但相對的整體設計的複雜度高出許多。

參考文獻

- [1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channel," *Eur. Trans. Telecommun.*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Dec. 1999.
- [2] A.B. Gershman and N. Sidiropoulis, *Space-Time Processing for MIMO Communications*. New York: Wiley, 2005.
- [3] M. Vu and A. Paulraj, "MIMO wireless linear precoding," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 24, no. 5, pp. 86-105, Sep. 2007.
- [4] C.-C. Hu and C.-L. Yang, "Combined transceiver optimization for uplink multiuser MIMO with limited CSI," *ISRN Signal Processing*, vol. 2011, Article ID 735695, 6 pages, Jan. 2011.
- [5] G. Kramer, M. Gastpar, and P. Gupta, "Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 9, pp. 3037-3063, Sep. 2005.
- [6] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062-3080, Dec. 2004.
- [7] M. O. Damen and A. R. Hammons Jr., "Delay tolerant distributed TAST codes for cooperative diversity," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 10, pp. 3755-3773, Oct. 2007.
- [8] F. Rey, M. Lamarca, and G. Vazquez, "Robust power allocation algorithms for MIMO OFDM systems with imperfect CSI," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 3, pp. 1070-1085, Mar. 2005.
- [9] W. Guan and H. Luo, "Joint MMSE transceiver design in non-regenerative MIMO relay systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 12, no. 7, pp. 517-519, Jul. 2008.
- [10] X. Tang and Y. Hua, "Optimal design of non-regenerative MIMO wireless relays," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 4, pp. 1398-1407, Apr. 2007.
- [11] K.-J. Lee, H. Sung, E. Park, and I. Lee, "Joint optimization for one and two-way MIMO AF multiple-relay systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, no. 12, pp.3671-3681, Dec. 2010.
- [12] B. Rankov and A. Wittneben, "Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 25, no.2 pp. 379-389, Feb. 2007.
- [13] A. Gupta and D. Nagar, *Matrix Variate Distributions*. London, U.K.: Chapman & Hall/CRC, 2000.
- [14] D. H. Brandwood, "A complex gradient operator and its application in adaptive array theory," *IET-Proc.: Commun., Radar, and Signal Processing*, vol. 130, no. 1, pp. 11-16, Feb. 1983.
- [15] K.-J. Lee, K. W. Lee, H. Sung, and I. Lee, "Sum-rate maximization for two-way MIMO amplify-and-forward relaying systems," in *Proc. IEEE VTC*, Apr. 2009.