

載波頻率偏移估測法用於載波干涉-正交分頻多工之系統效能分析 Performance Analysis of Carrier Frequency Offset Estimation Methods in Carrier Interferometry-OFDM Systems

何道明、呂振森、*施佺廷
國立台北科技大學
電機工程系碩士班

摘要 — 載波干涉-正交分頻多工(CI-OFDM)系統，雖可大幅降低 OFDM 系統的均峰值功率比(PAPR)，然而此系統對頻率同步問題所造成的錯誤仍十分敏感，些許載波頻率偏移(CFO)就會產生載波間干擾，使系統的錯誤率大幅提高。本文針對接收端本地振盪器非理想狀況所造成的頻率偏移，使用領導符碼的載波頻率偏移估測法進行研究。我們推導了 CI-OFDM 系統的最大概似 (MLE) 載波頻率偏移估測法，並使用其它兩種基於 MLE 載波頻率偏移估測法，分析其在 OFDM 及 CI-OFDM 系統中的效能。

一、前言

正交分頻多工技術(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)是一種可以在有限頻寬下進行高資料量傳輸的技術[1]，目前已被廣泛應用在不同的無線通訊系統中。載波干涉-正交分頻多工系統(Carrier Interferometry - Orthogonal Frequency Division Multiplexing, CI-OFDM) 繼承了 OFDM 系統的優點，並可大幅降低了訊號的均峰值功率比(Peak-to-average Power Ratio, PAPR)[2]。然而 CI-OFDM 系統對載波頻率偏移的仍然十分敏感，很容易因載波間干擾，使錯誤率大幅提高。

本文主要是探討載波頻率偏移估測法在 CI-OFDM 系統中的效能分析，假設時間同步，針對接收端本地振盪器非理想狀況下所造成的載波頻率偏移(Carrier Frequency Offset, CFO)進行研究。現有的頻率偏移估測的演算法，主要可分成已知資料量演算法(Data-aided Algorithms)與盲目演算法(Blind Algorithms)，本文使用已知資料量演算法，利用領導符碼(Pilot Symbol)進行載波頻率偏移估測。

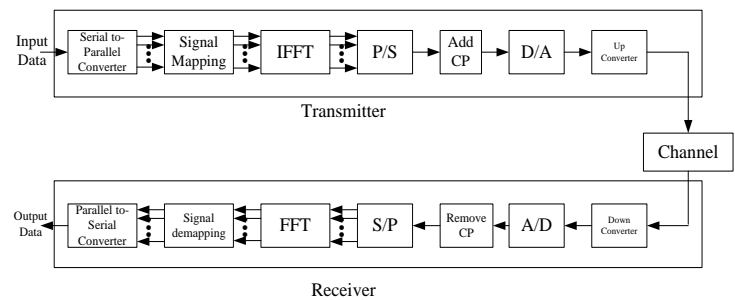
文中首先推導領導符碼搭配最大概似載波(MLE)頻率偏移法在 CI-OFDM 系統的估測式，進而使用結合載波間干擾自我消除演算法，與頻率偏移量補償結合等二種基於 MLE 載波頻率偏移估測法，經由電腦模擬，分析比較其在 OFDM 及 CI-OFDM 系統中的效能。

全文共分五個章節，第一節為前言。第二節為系統模型與知識背景。第三節則推導在 CI-OFDM 系統中領導符碼搭配 MLE 演算法，並將此一估測法與領導符碼搭配 MLE 結合 ICI 自我消除法以及領導符碼搭配 MLE 結合 ICI 自我消除並配合 CFO 補償等二估測法，以電腦模擬分析，探討其在 OFDM 及 CI-OFDM 系統中的效能。第四節為本文結論。

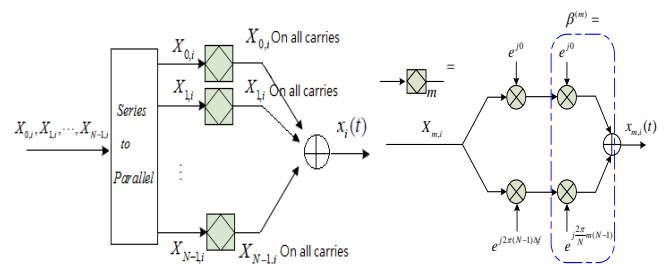
二、系統模型

2.1 系統架構基本介紹

傳統 OFDM 系統架構如圖一所示：



圖一:OFDM 系統架構



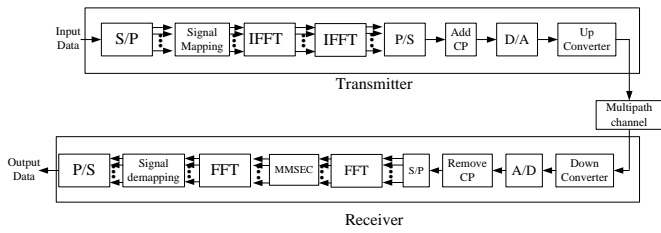
圖二:CI-OFDM 傳送端架構

圖二為 CI-OFDM 系統的傳送器架構圖，在第 m 個符碼所使用的 CI 展頻碼為 $\beta^m = (e^{j0}, e^{j\Delta\theta_m}, \dots, e^{j(N-1)\Delta\theta_m})$ ，其中 $\Delta\theta_m = 2\pi m / N$ 、 N 為子載波數，其可確保傳送的符碼資料同時展頻佔據到所有子載波並保有正交性。傳送端的 CI-OFDM 的信號寫成如下：

$$x_i(n) = x_i(n\Delta t_s) = \sum_{m=0}^{N-1} x_m \left(\frac{nT_s}{N} \right) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_{m,i} e^{j \frac{2\pi}{N} mk} e^{j \frac{2\pi}{N} kn} \quad (1)$$

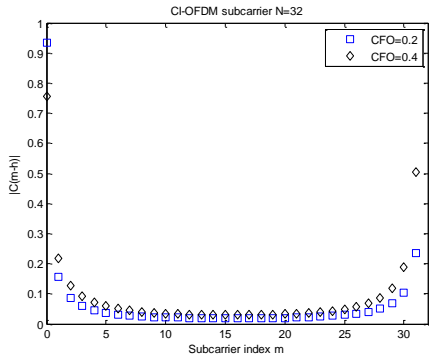
$$= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} X_{m,i} e^{j \frac{2\pi}{N} mk} e^{j \frac{2\pi}{N} kn}, n = 0, 1, \dots, N-1$$

從(1)式可視為在做二次的 IDFT，因此我們可以使用一個 IDFT 去取代原來的 CI 展頻碼矩陣，再以 IFFT 取代原本的 IDFT 後再去正規化，其複雜度會從原來的 N^2 倍變為 $N \log_2 N$ 倍，最後接收端以 FFT 解展頻，完整的 CI-OFDM 系統圖如圖三所示。



圖三:CI-OFDM 系統架構

當 CI-OFDM 系統因接收端本地震盪器的不理想使得頻率的不匹配而產生了偏移時，其正規化的載波頻率偏移 CFO 可以表示為 $\varepsilon = \Delta f / f_{sub}$ ，其中 f_{sub} 為鄰近子載波間的頻率間距， Δf 為載波偏移量。圖四為 CI-OFDM 系統因 CFO 所造成 ICI 的影響，子載波數為 32，取樣第 0 個訊號，可觀察其他子載波的 ICI 影響程度，其影響與 OFDM 系統非常相似，其數值大小也幾近相同。



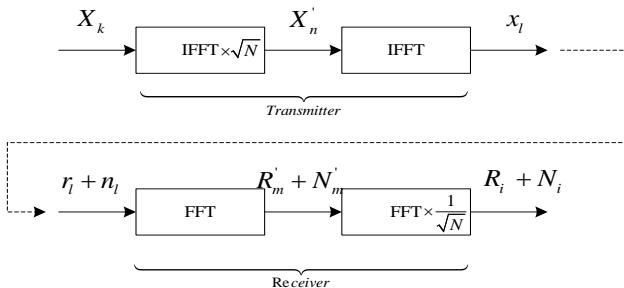
圖四: CI-OFDM 系統相鄰子載波 ICI 振幅表示圖

三、載波頻率偏移估測法之效能與分析:

本節主要探討在 CI-OFDM 系統可以使用的領導碼載波偏移估測演算法，首先推導了 CI-OFDM 系統的最大概似 (MLE) 載波頻率偏移估測法，並將它應用於其它兩種基於 MLE 載波頻率偏移估測法。

3.1 領導碼搭配 MLE 演算法

此演算法以 P-MLE 標示。原本 MLE 載波頻率偏移估測法是用於 OFDM 系統。但 CI-OFDM 系統與 OFDM 系統有明顯差異，因此 MLE 載波頻率偏移估測法必需加以推導，以確認 MLE 載波頻率偏移估測法型式。一個 CI-OFDM 系統簡單示意圖，如下圖所示：



圖五 CI-OFDM 系統的傳送與接收端的簡單示意圖

假設在傳送端重複傳送兩筆一樣的符碼信號到接收端，傳送端 X'_n 的信號可表示為：

$$X'_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2\pi jkn/N}, n = 0, 1, \dots, 2N-1$$

信號進入第二個 IFFT 後， x_l 可表示為

$$x_l = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{2N-1} X'_n e^{2\pi jnl/N}, n = 0, 1, \dots, 2N-1$$

之後信號 x_l 經過通道後再到接收端成為 r_l ，若不考量外加雜訊，子載波通道係數為 H_n ，其數學式如下：

$$r_l = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{2N-1} X'_n H_n e^{2\pi jl(n+\varepsilon)/N}, l = 0, 1, \dots, 2N-1$$

r_l 經過第一個 FFT，兩筆信號為接收信號分別為

$$R_{1,m}' = \sum_{l=0}^{N-1} r_l e^{2\pi jlm/N}$$

$$R_{2,m}' = \sum_{l=N}^{2N-1} r_l e^{2\pi jlm/N} = \sum_{l=0}^{N-1} r_{l+N} e^{2\pi jlm/N}, m = 0, 1, \dots, N-1$$

再經過第二個 FFT 的兩筆信號表示為

$$R_{1,i} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} R_{1,m}' e^{-2\pi jmi/N}$$

$$R_{2,i} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} R_{2,m}' e^{-2\pi jmi/N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} R_{1,m}' e^{2\pi j\epsilon} e^{-2\pi jmi/N}$$

$$= R_{1,i} e^{2\pi j\epsilon} \tag{2}$$

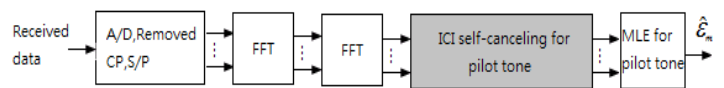
由(2)我們推得 CI-OFDM 系統與 OFDM 系統在接收連續兩筆相同的符碼信號時擁有同樣的性質。第二筆與第一筆都僅有一個相位差，故可適用於原來 OFDM 系統中的 MLE 估測演算法[3]。當接收的連續兩個信號分別為 $Y_{h,i}$ 和 $Y_{h,i+1}$ ，使用 MLE 估測偏移量可表示為

$$\hat{\epsilon}_m = \left(\frac{1}{2\pi(1+G/N)} \right) \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im} \left(\sum_{i=1}^{L-1} Y_{h,i}^*(m) Y_{h,i+1}(m) \right)}{\text{Re} \left(\sum_{i=1}^{L-1} Y_{h,i}^*(m) Y_{h,i+1}(m) \right)} \right]$$

P-MLE 的演算架構如圖六，將有色區塊去掉即為對應的估測器。

3.2 領導碼搭配 MLE 結合 ICI 自我消除

此演算法使用 P-MLE-SC 標示，其演算架構如圖六，是先針對領導碼做 ICI 自我消除演算法後[4][5]，再使用 MLE 去估測把載波頻率偏移量。

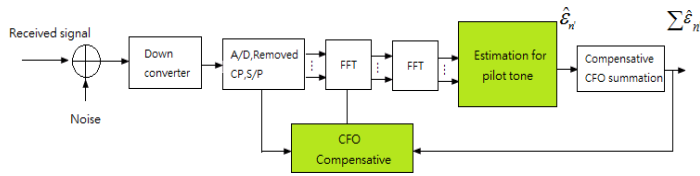


圖六:接收端 ICI 自我消除結合 MLE 估測之流程圖

3.3 領導碼搭配 MLE 結合 ICI 自我消除及 CFO 補償估測法

載波頻率偏移估測補償估測法[6]是將 CFO 值經由演算法估測出來後，將訊號進行 CFO 補償後，再進行重複估測偏移量值，此法在 OFDM 系統可提升估測準確度，如圖七所示。此法補償一次跟補償多次的效能差異不大，故在本中只採用一次補償。我們使用 P-MLE-SC-OC

代表領導碼搭配 MLE 結合 ICI 自我消除及 CFO 補償估測法，P-MLE-OC 代表領導碼搭配 MLE 結合 CFO 補償估測法。



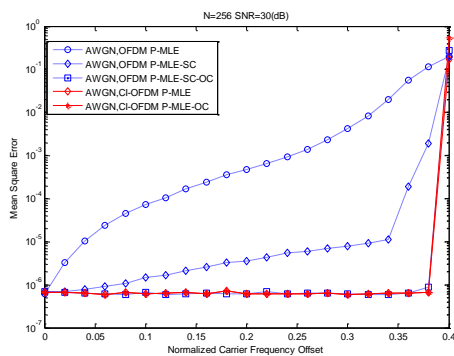
圖七: MLE 結合 ICI 自我消除及 CFO 補償估測法

四、電腦模擬結果與討論:

本節針對 P-MLE、P-MLE-SC、P-MLE-OC 以及 P-MLE-SC-OC 演算法進行模擬與分析，通道分別為高斯白雜訊通道以及多路徑雷利通道，模擬參數如下：

表一:電腦模擬之系統參數表

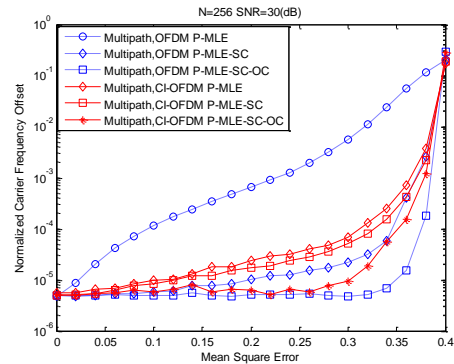
系統模擬參數設定	
調變種類	QPSK
傳送子載波數目	N=256
領導碼擺入數目	P=16
保護區間長度	G=64
模擬點數	Loop=10000
模擬通道	多路徑雷利通道
通道路徑數	5
傳送信號區間	$T_s = 50ns$
通道均方根延遲擴展時間	$T_{RMS} = 100ns$



圖七:AWGN 通道，CFO=0~0.4 系統對應 MSE 比較圖

圖七為在 AWGN 通道下的模擬圖，在 OFDM 系統中 P-MLE-SC-OC 演算法表現最佳，P-MLE-SC 演算法表現次之，P-MLE 演算法表現最差；但在 CI-OFDM 系統中 P-MLE 就可達到很好的效果，其他演算法並不會增加其效能，其效能與 P-MLE-SC-OC 演算法在 OFDM 系統相當。

圖八為多路徑雷利通道下的模擬圖，在二個系統中均是 P-MLE-SC-OC 演算法表現最佳，P-MLE-SC 演算法表現次之，P-MLE 演算法表現最差。但三種演算法在 CI-OFDM 系統效能較為接近，但 P-MLE-SC-OC 演算法在 CI-OFDM 系統上校能略差於 OFDM 系統。



圖八:多路徑雷利通道，CFO=0~0.4 系統對應 MSE 比較圖

表二: 在 AWGN 通道下使用 P-MLE 估測領導碼的數值比較表

CFO	Number of Pilot	$\bar{\epsilon}_{OFDM}$	MSE_{OFDM}	σ_{OFDM}^2	$\bar{\epsilon}_{CI-OFDM}$	$MSE_{CI-OFDM}$	$\sigma_{CI-OFDM}^2$
0.05	256	0.05	0.0006	0.0006	0.05	0.0004	0.0004
0.1	256	0.1	0.0006	0.0006	0.1	0.0004	0.0004
0.2	256	0.2	0.0006	0.0006	0.2	0.0004	0.0004
0.3	256	0.3	0.0007	0.0007	0.3	0.0004	0.0004
0.05	128	0.05	0.0012	0.0012	0.05	0.0008	0.0008
0.1	128	0.1	0.0017	0.0017	0.1	0.0008	0.0008
0.2	128	0.2	0.0035	0.0035	0.2	0.0008	0.0008
0.3	128	0.293	0.0291	0.0271	0.299	0.0008	0.0008
0.05	64	0.05	0.0026	0.0026	0.05	0.0016	0.0016
0.1	64	0.1	0.0048	0.0048	0.1	0.0016	0.0016
0.2	64	0.2	0.0133	0.0133	0.2	0.0016	0.0016
0.3	64	0.299	0.1113	0.1041	0.3	0.0016	0.0016
0.05	32	0.05	0.0062	0.0062	0.05	0.0031	0.0031
0.1	32	0.1	0.0145	0.0145	0.1	0.0031	0.0031
0.2	32	0.2	0.0474	0.0474	0.2	0.0032	0.0032
0.3	32	0.298	0.4424	0.4424	0.3	0.0032	0.0032

loop=10000 Length=256, 16 Pilot estimated ※ $\bar{\epsilon}$ and σ^2 are 10^{-4} per unit

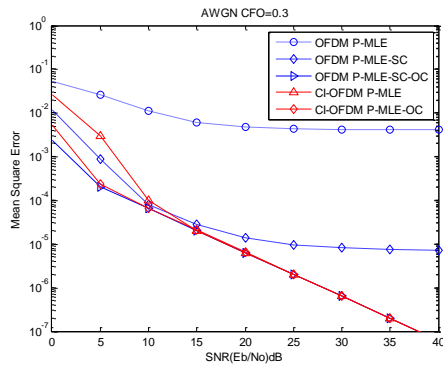
表三: 在多路徑通道下使用 P-MLE 估測領導碼的數值比較表

CFO	Number of Pilot	$\bar{\epsilon}_{OFDM}$	MSE_{OFDM}	σ_{OFDM}^2	$\bar{\epsilon}_{CI-OFDM}$	$MSE_{CI-OFDM}$	$\sigma_{CI-OFDM}^2$
0.05	256	0.05	0.0704	0.0703	0.05	0.028	0.028
0.1	256	0.1	0.0747	0.0747	0.1	0.0471	0.047
0.2	256	0.2	0.1063	0.1061	0.2	0.1180	0.1178
0.3	256	0.3	0.4196	0.416	0.3	0.5060	0.5008
0.05	128	0.05	0.0929	0.0929	0.05	0.0748	0.0748
0.1	128	0.1	0.1320	0.132	0.1	0.0885	0.0884
0.2	128	0.2	0.5263	0.524	0.2	0.2782	0.2774
0.3	128	0.293	5.6206	5.3135	0.293	0.5798	0.5724
0.05	64	0.05	0.0632	0.0632	0.05	0.0739	0.0739
0.1	64	0.1	0.1681	0.168	0.1	0.0798	0.0798
0.2	64	0.2	0.4988	0.4966	0.2	0.2086	0.208
0.3	64	0.299	6.4918	6.1259	0.299	0.7354	0.7255
0.05	32	0.05	0.0691	0.069	0.05	0.0510	0.051
0.1	32	0.1	0.1617	0.1615	0.1	0.0839	0.0838
0.2	32	0.2	0.6360	0.6327	0.2	0.2585	0.2578
0.3	32	0.298	8.3558	7.8122	0.298	0.6401	0.632

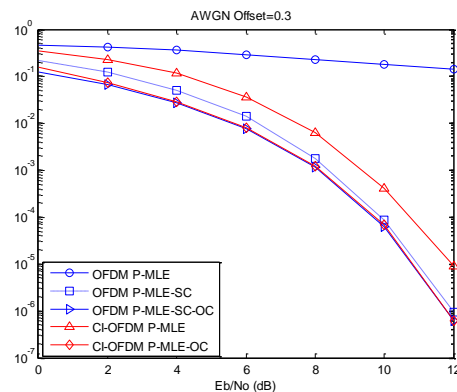
loop=10000 Length=256, All Pilot estimated ※ $\bar{\epsilon}$ and σ^2 are 10^{-4} per unit

接下來用表二與表三中的數值來說明 CI-OFDM 中的 P-MLE 估測法為何顯著地比 OFDM 系統的 P-MLE 優秀。表二中我們用 $\bar{\epsilon}$ 代表 MLE 估測 CFO 的估測平均，載波數固定為 256，SNR 為 30(dB)。而 σ^2 為估測 CFO 值的變異數。我們將所有置入的領導碼全拿來做 MLE 之估

測，由表中我們可以發現，當領導碼數目的範圍縮小時，OFDM 的 MLE 值與估測變異數會隨著 CFO 增大而劇烈上升，而 CI-OFDM 的 MLE 值與估測變異數反而都會維持再一個固定的值內，表示估測的值十分穩定且精確。



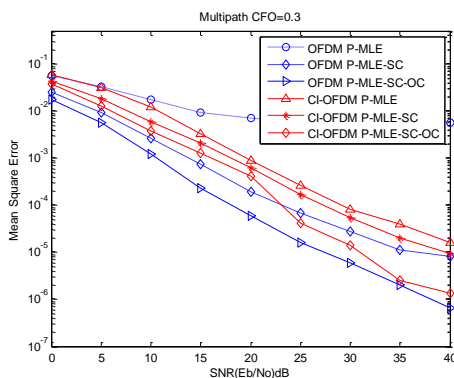
圖九:AWGN 通道, CFO=0.3 之均方誤差效能比較圖



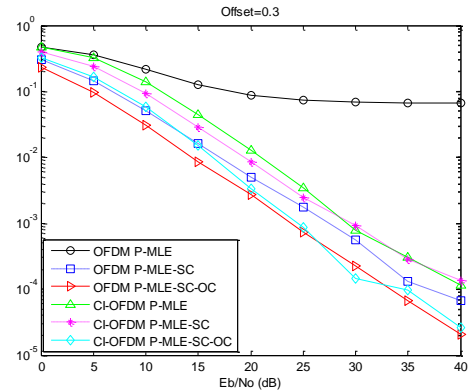
圖十:AWGN 通道, CFO=0.3 之位元錯誤率效能比較圖

圖九和圖十為在 AWGN 通道下之均方誤差與錯誤率模擬結果，固定頻率偏移量為 0.3。由圖中可得知，在 CI-OFDM 系統中使用 P-MLE 與 P-MLE-OC 就已經可以跟 OFDM 系統中效果最好且複雜度較高的 P-MLE-SC-OC 效能相當。

圖十一與圖十二為多路徑雷通道下之均方誤差與錯誤率模擬結果，雖然 CI-OFDM 的 P-MLE 比原來的 OFDM 系統之 P-MLE 改善很多，但是 CI-OFDM 系統中的 P-MLE-SC 與 P-MLE-SC-OC 估測效能比在 OFDM 系統中差，而位元錯誤率也因為估測變得不準確而上升。



圖十一:多路徑雷利通道 CFO=0.3 之均方誤差效能比較圖



圖十二:多路徑雷利通道 CFO=0.3 之位元錯誤率效能比較圖

五、結論

CI-OFDM 系統繼承了 OFDM 系統的高頻譜效率及無符碼間干擾等優點，並可大幅降低均峰值功率比。在 CFO 估測上，由模擬顯示 CI-OFDM 系統中的 P-MLE 在兩種通道中的效能皆比原來 OFDM 系統中的 P-MLE 顯著優異，由其以 AWGN 通道的情況更為明顯，可以使用 P-MLE-OC 此種複雜度比較低的結合式演算法達到最好的估測效果。不過在多路徑雷利通道下的 P-MLE 雖然也比原來 OFDM 中的 P-MLE 優秀，不過 P-MLE-SC 與 P-MLE-SC-OC 卻會比原來 OFDM 中的效能差一些。

六、參考文獻:

- [1] R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission," *Bell Systems Technical Journal*, vol. 46, December 1966, pp. 1775-1796.
- [2] Heung-Gyoon Ryu, Sang Burm Ryu, Seon-Ae Kim, "Design and Performance Evaluation of the MIMO SFBC CI-OFDM Communication System", *The Fourth International Conference on Wireless and Mobile Communications*, pp. 60-64, July 2008
- [3] Moose, P.H, "A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, no. 10, pp. 2908-2914, October 1994.
- [4] Yuping Zhao and Sven-Gustav Haggman, "Intercarrier Interference Self-Cancellation Scheme for OFDM Mobile Communication Systems," *IEEE Transaction on Communications*, vol. 49, no. 7, pp. 1185-1191, July 2001.
- [5] Wei Zhang, Xiang-Gen Xia and Ching, P.C, "Clustered pilot tones for carrier frequency offset estimation in OFDM systems," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, no. 1, pp. 101-109, January 2007.
- [6] 楊東海、呂振森、耿浩勳,「載波頻率偏移估測法於正交分頻多工系統之效能改進」, 2009 年全國電信研討會, 高雄, 高雄大學, 2009 年 12 月 11-12 日。