

在 Markov-Gaussian 通道下基於維特比演算法之解碼方式

陳俊豪研究生、李承恩研究生*、曾德峰教授
國立台灣科技大學電機工程研究所

摘要 — 在數位傳輸的通道中，有著一些無法以傳統 AWGN 來表達的脈衝環境稱之為脈衝雜訊，常見的有 Class A model 和 Bernoulli-Gaussian model。但以上兩種雜訊皆屬於無記憶型，無法確切的表達出實際通道的特性(i.e. 連續性的脈衝雜訊)，因此就衍生出基於馬可夫鏈的記憶型馬可夫-高斯模型(Markov - Gaussian model, MG)。本文主要利用電腦軟體以 MG 來模擬傳送通道中的脈衝環境，並使用 BPSK 調變的方式，搭配常見的迴旋碼和維特比演算法，並增加通道狀態及虛擬狀態的概念來達到降低位元錯誤率(BER)的目標。¹

一、前言

不管是在無線[1]或是有線[2]的通訊系統中，都是需要考量脈衝雜訊(Impulse noise)對於接收端設計所會造成的影響，例如電磁干擾及大氣的雜訊，因此針對如何在通訊系統中設計對抗脈衝雜訊的方法是必要的；而透過通道編碼的方式，也是最簡單且可以有效的降低脈衝雜訊所帶來的影響[3]。

電力線通訊(Power-Line Communications, PLC)雖然可使用既有線路做資料傳輸，但仍會因為環境中的雜訊、是否在相同配電盤或不同電器設備使用下、線路老舊、佈線的品質而有所影響。其中通訊系統中的脈衝雜訊影響極大，為了降低傳輸資料的錯誤率，本文將考慮編碼過後在傳送時遇到脈衝雜訊的這種情況下，採用現今仍然被廣泛使用的迴旋碼(Convolutional Code)[4]和維特比演算法(Viterbi Algorithm)，並且有別於一般在非記憶型脈衝雜訊下的解碼方式[5]，特別針對維特比演算法中的架構做改良以對抗記憶型脈衝雜訊，來達到降低位元錯誤率的目標。

本文將先簡述傳輸通道中的脈衝雜訊環境，並且介紹交織器的使用對於記憶型雜訊模型的影響。第三節將介紹針對記憶型 MG 脈衝雜訊所改良過後的 Proposed metric 解碼器和其他解碼方法。第四節為模擬結果，包含 Proposed metric 解碼器中各種參數設定所會造成的影響和其他解碼方法的效能總比較。第五節為結論與未來的研究方向，將提到在系統中可以改進及未來可深入探討的地方。

二、系統架構及雜訊環境

2.1 系統模型

考慮一個經由迴旋碼編碼，並經過脈衝雜訊通道傳輸的系統，如下圖所示：

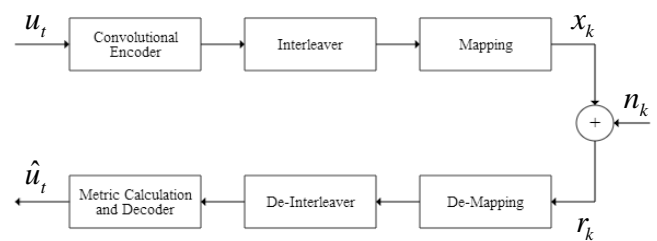


圖 1 系統架構模型

其中訊息經由碼率(Code Rate)為 $r_c = b/n$ 的迴旋碼編碼器編譯為碼字 (Code word)，接著再經由二位元相位偏移調變(Binary Phase Shift Keying, BPSK)將碼字對到相對應之符元上。由於記憶型雜訊皆可能有叢發錯誤的產生而造成解碼器效能降低，因此在碼字傳送前還需經過一區塊交錯器來避免此情況發生。

2.2 雜訊模型

在傳輸通道中，除了被無所不在的可加性白高斯雜訊(Additive White Gaussian Noise, AWGN)干擾外，也同時會被突如其來有著極高強度和極短時間間隔的雜訊所影響，此種雜訊稱之為脈衝雜訊。會產生脈衝雜訊有很多原因，其中包括電磁干擾及通訊系統中的故障和缺陷，也可能是電器設備開關或繼電器改變狀態時所產生，在室內環境下，這些電器設備的干擾往往是不可避免的，因此為了優化傳輸系統，在設計中需先了解雜訊模型的統計特性。在此之前先定義接收端所接收到的訊號 $r_k = x_k + n_k$ ，其中 x_k 為傳送之訊號， n_k 為通道中的雜訊， k 為單位時間內所收到的第 k 個訊號。

MG 脈衝雜訊模型又可稱為 Gilbert-Elliott 雜訊模型，是由 Edgar Gilbert 和 E.O. Elliott 所提出的一種脈衝雜訊模型[6]。在 MG 脈衝雜訊模型中，主要是由馬可夫鏈和高斯程序這 2 個隨機程序來產生。其條件機率密度函數(conditional probability density function)可表示為：

$$P(n_k | s_k = G) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_G^2}} \exp\left(\frac{-(n_k)^2}{2\sigma_G^2}\right) \quad (1)$$

$$P(n_k | s_k = B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2}} \exp\left(\frac{-(n_k)^2}{2\sigma_B^2}\right) \quad (2)$$

因為 MG 脈衝雜訊模型使用了一階二狀態(First order, Two states)，並假設其為無週期(Aperiodic)、穩定不變(Stationary)和不可變型(Irreducible)的馬可夫鏈，因此在任意訊號 k 定義了當下通道狀態， G 代表為高斯雜訊(也可意會為 Good State)， B 則代表被脈衝雜訊所影響，其中 σ_G^2 和 σ_B^2 分別為高斯及脈衝雜訊的能量，並且定義 Bad State

¹ 本研究由國科會贊助，計畫編號 NSC101-2221-072-MY2。

對 Good State 的雜訊平均能量比值(Average noise power ratio between Bad and Good state)為 $R = \sigma_B^2/\sigma_G^2$ ，還有狀態間的轉移機率矩陣(Transition Probability Matrix)：

$$T = \begin{bmatrix} P_{GG} & P_{GB} \\ P_{BG} & P_{BB} \end{bmatrix} \quad (3)$$

又此轉移機率矩陣有 row stochastic 的特性，因此 MG 脈衝雜訊即可由 R 、 P_{GG} 、 P_{BB} 這三個參數來決定。以上之轉移機率矩陣也能以狀態機率(State Probabilities) P_G 、 P_B 表示：

$$T = \begin{bmatrix} P_G & P_B \\ P_G & P_B \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} P_B & -P_B \\ -P_G & P_G \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $\mu = 1 - P_{BG}/P_G = 1 - 1/\gamma$ ， γ 是用來衡量通道記憶性的參數。當 $\gamma = 1$ 時，所有轉移機率將轉變為狀態機率，也就代表此通道為非記憶型；但是當 $\gamma \neq 1$ 時，將分類為持續記憶型(Persistent memory, $\gamma > 1$)和變動記憶型(Oscillatory memory, $\gamma < 1$)，因為本文探討的是持續記憶型脈衝雜訊通道，因此將著重於 $\gamma > 1$ 的情況做模擬。

2.3 交錯器

交錯器主要的優點為防止叢發錯誤(Burst Errors)的發生，並可提高編碼之錯誤更正容量的限制範圍。在 MG 雜訊模型中因為其記憶型的關係，若機率轉移函數中 P_{GB} 或 P_{BB} 的值愈大的話，發生叢發錯誤的可能性也跟著加大。而交錯器的工作主要是將這一連串的叢發錯誤，經過交錯器重新排列達到分散連續錯誤的效果，如此一來便可減少接收端所造成的解碼錯誤，進而降低位元錯誤率。區塊交錯器(Block Interleaver)是很常見的一種交錯器，以下為定義一列 I_C 行的區塊交錯器且其輸入與輸出的關係為：

$$c_{jI+i} = c_{(i_c+j)} \quad 0 \leq i < I, 0 \leq j < I_c \quad (5)$$

在前一小節中知道產生轉移機率矩陣 T 時其中的參數 μ 會使用到 P_{BG} ，而 P_{BG} 又可以定義為：

$$\bar{D}_B = \frac{1}{P_{BG}} \quad (6)$$

代表平均在 Bad State 中所花費的時間，稱之為平均叢發長度(Average burst length)，並且交錯器深度 I 和平均叢發長度 \bar{D}_B 可以使用 \bar{D}_B/I 來控制在記憶型脈衝雜訊下經過交錯器後的平均叢發長度；又交錯器就是影響叢發錯誤的產生的可能性，在記憶型通道下叢發錯誤完全取決於轉移機率矩陣中的數值，因此也能將交錯器深度 (Interleaver Depth)，也就是交錯器中列的長度一併考慮到(4)之中，得到新的轉移機率矩陣為：

$$T^I = \begin{bmatrix} P_G & P_B \\ P_G & P_B \end{bmatrix} + \mu^I \begin{bmatrix} P_B & -P_B \\ -P_G & P_G \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $\mu^I = 1 - (I \times P_{BG})/P_G$ ，如此一來便能在雜訊產生過程使用包含交錯器深度的 I-Step 機率轉移矩陣 T^I ，以省去在模擬時還需要加上交錯器與解交錯器的過程。

三、 解碼方式

一般而言，接收端的解碼器可以在脈衝雜訊的環境下利用特定已知的雜訊統計特性使得解碼器的效能增加，但若將相同的設計方式放到不同雜訊下往往會有較差的位元錯誤率，而且通常在接收解碼器端對於雜訊的統計特性和通道狀態皆是未知的，因此本文提出了一個新的解碼方式，稱之為 Proposed decoding metric。此方法適用於 MG 脈衝雜訊模型，在不需要知道特定雜訊的統計特性下使得解碼器的參數設定能更有彈性，但又能維持解碼器的效能，並且將與使用傳統相加-比較-選取(Add-Compare-Select, ACS)的維特比演算法方法做比較。

3.1 Proposed Decoding Metric

此方法類似於傳統的維特比演算法，都是利用格狀圖以求取最大似然路徑並進行追溯和解碼，但兩者最大的差別是此方法中格狀圖的編碼器狀態上多了通道狀態 G 和 B ，而編碼器狀態之間又多了虛擬狀態(Virtual State)，因此成為了一個二維(Two-dimensional)的格狀圖，求取分支度量的方式如下：

$$\lambda(r_k | v_k, s_k) + \lambda(s_k | s_{k-1}) = \begin{cases} -\left(r_k - (-1)^{v_k}\right)^2 + \beta \ln \left(\frac{P(s_k = G | s_{k-1})}{\sqrt{2\pi\sigma_G^2}} \right) & , \text{ if } s_k = G \\ \beta \ln \left(\frac{P(s_k = B | s_{k-1})}{\sqrt{2\pi R_d \sigma_G^2}} \right) & , \text{ if } s_k = B \end{cases} \quad (8)$$

其中先假設 $\beta = 2\sigma_G^2$ 。此解碼器的方法在參數設定上是相當有彈性的，以(7)為例，可以單獨或同時修改其中的狀態機率 P_B (進而影響狀態機率 P_G) 和平均叢發長度 \bar{D}_B ，這樣便能有多種組合的轉移機率矩陣可以在分支度量中使用；以(8)來說，也可以修改雜訊平均能量比值 R 和 β 來產生更多種變化。

3.2 Proposed decoding metric 的標竿 (Benchmark)

在完全已知脈衝雜訊通道的訊息下，Proposed metric 的分支度量可以由(8)修改成以下形式：

$$\lambda(r_k | v_k, s_k) + \lambda(s_k | s_{k-1}) = \begin{cases} \frac{-\left(r_k - (-1)^{v_k}\right)^2}{2\sigma_G^2} + \ln \left(\frac{P(s_k = G | s_{k-1})}{\sqrt{2\pi\sigma_G^2}} \right) & , \text{ if } s_k = G \\ \frac{-\left(r_k - (-1)^{v_k}\right)^2}{2R\sigma_G^2} + \ln \left(\frac{P(s_k = B | s_{k-1})}{\sqrt{2\pi R\sigma_G^2}} \right) & , \text{ if } s_k = B \end{cases} \quad (9)$$

不難發現此分支度量和 MG 脈衝雜訊機率密度函數相同，因此模擬時將採用和雜訊模型相同的設定當作標竿，並

比較經過化簡後的分支度量式和已知脈衝雜訊通道資訊(9)的表現。

3.3 歐式距離解碼器(Euclidean Distance Decoder, EDD)

此方法是最一般針對 AWGN 所使用的傳統維特比演算法解碼方式，其分支度量如下所示：

$$\lambda(r_k | v_k) = -\left| r_k - (-1)^{v_k} \right|^2 \quad (10)$$

3.4 α -償罰函數解碼器(α -Penalty Function Decoder)

此方法是由 Babak Seyfe 和 Shahrokh Valaee 所提出能在高脈衝雜訊下有較佳表現的非線性解碼方法，稱之為 α -償罰函數解碼器(α -PFD)，求取分支度量的方法如下：

$$\lambda(r_k | v_k, \alpha) = \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\alpha \left| r_k - (-1)^{v_k} \right|^2\right), \quad \alpha > 0 \quad (11)$$

此方法提出時是針對於多用戶檢測器(multiuser detector, MUD)的方法，在 Class A model、BG 雜訊下利用非線性的特性將極端強度的脈衝雜訊壓抑下來，因為分支度量的求取只需控制單一的 α 參數，所以便能與傳統維特比演算法中的 EDD 做替換，同樣是以格狀圖並且採用 ACS 的方式來進行解碼[7]。

四、 模擬結果

Proposed metric 解碼器在(8)中有許多參數能夠自行設定，此章將假設在狀態機率 $P_B = 0.02$ 所產生的記憶型 MG 脈衝雜訊下，嘗試修改解碼器中的不同參數來判別是否對於解碼的效能有所影響，在修改時會以下標 d 做區隔，代表是在解碼器中的設定，並且假設 $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 2\sigma_G^2$ ，其餘參數設定如下：

表 I
系統及 Proposed metric 解碼器的參數設定表

Noise model	Memory MG Noise
P_B	0.02
R	100 400
\bar{D}_B	40
l	20
R_d	100, 400, 800, 1000
$P_{B,d}$	0.02, 0.03, 0.04, 0.05
$\bar{D}_{B,d}$	30, 40, 50, 60
SNR(Eb/N0)	0~12 dB
Convolutional Code	(133, 171)
Code rate	1/2
Modulation	BPSK

4.1 雜訊平均能量比值 R_d

此節將單獨在 Proposed metric 解碼器中變換四種雜訊平均能量比值 $R_d = 100, 400, 800, 1000$ 做不同種組合的模擬。由圖 2 可以發現當設定 $R = 400$ 時，因為脈衝雜訊的增加使得錯誤率比 $R = 100$ 時還要早降到 10^{-5} ，而雖然在解碼器之中以不同的 R_d 做設定，但對於不同組合之下解碼的效能是差不多的。

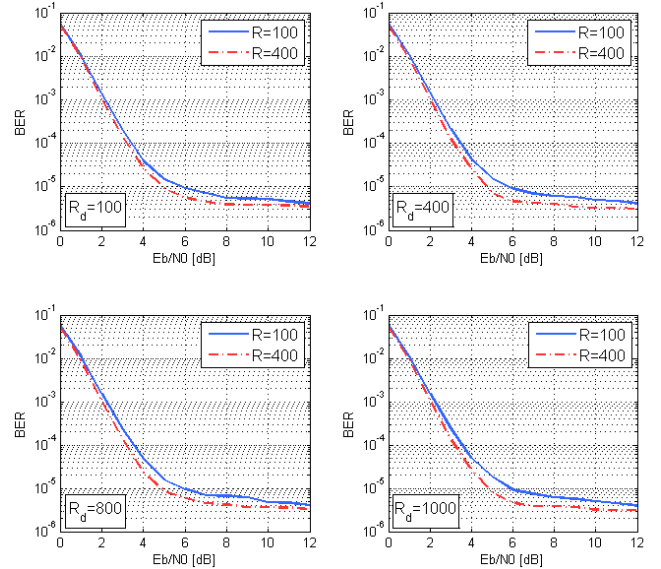


圖 2 不同 R_d 設定對於 Proposed metric 之效能分析

4.2 狀態機率 $P_{B,d}$

此節將單獨在 Proposed metric 解碼器中變換四種狀態機率 $P_{B,d} = 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ 做不同種組合的模擬。在不同的組合下，能夠發現錯誤率的表現不只彼此之間蠻相似，也和前一節僅變動 R_d 相差不久，會有這種現象需要回到(7)和(8)，只要將 $P_{B,d}$ 代入(7)便可發現在 $P_{B,d}$ 變動很小的情況下，對於 I-Step 轉移機率函數 T^1 的影響並不大，因此能夠得到相似的錯誤率表現；而 R_d 則是受到(8)之中自然對數(natural logarithm)的影響，使得能夠以大範圍的情況去調整 R_d 並產生相似的錯誤率表現。

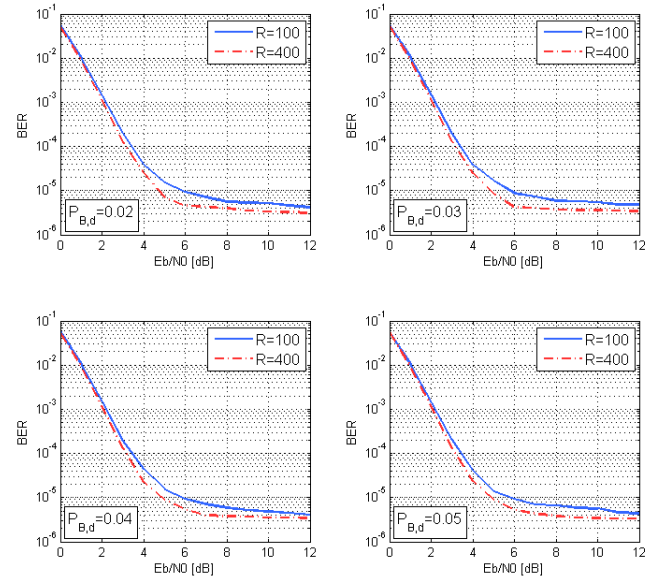


圖 3 不同 $P_{B,d}$ 設定對於 Proposed metric 之效能分析

4.3 平均叢發長度 $\bar{D}_{B,d}$

此節將單獨在 Proposed metric 解碼器中變換四種平均叢發長度 $\bar{D}_{B,d} = 30, 40, 50, 60$ 做不同種組合的模擬。在不同組合之下，依舊也能產生相似且不錯的錯誤率表現，但和變動 R_d 或 $P_{B,d}$ 的結果相比會發現錯誤率的表現稍微差了一些，有此現象必須回到(7)，當採用 $P_{BG} = 1/\bar{D}_{B,d}$ 代

入時，因為在此次設定中變動的 $\bar{D}_{B,d}$ 範圍較大再加上其對於轉移機率函數 T^l 的影響比狀態機率 $P_{B,d}$ 來的多，所以錯誤率的表現也會因此受到影響。

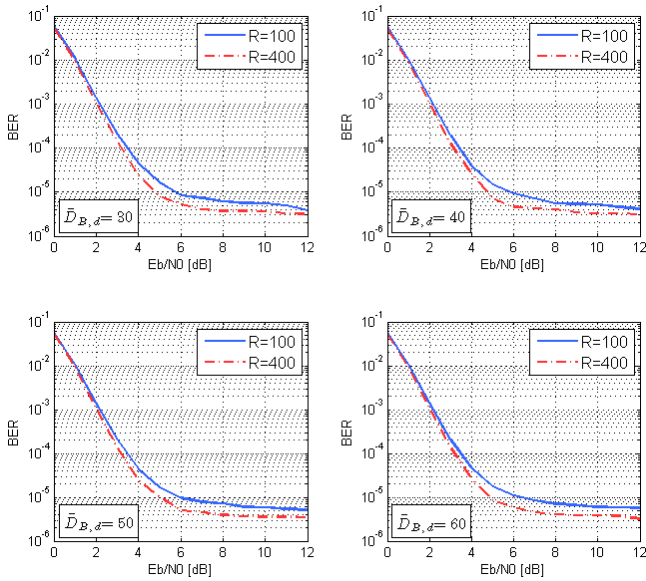


圖 4 不同 $\bar{D}_{B,d}$ 設定對於 Proposed metric 之效能分析

4.4 穩健性(Robustness)及不同解碼方式比較

為了實現不需要知道特定雜訊的統計特性下便能解碼的情況，因此針對 Proposed metric 解碼器中的參數設定，我們將給予一定範圍讓每次解碼的過程都能隨機選用不同的參數組合，並希望能以此展現出 Proposed metric 解碼器的穩健性，如下所示：

表 II

Proposed metric 解碼器的隨機參數設定表

R_d	10~1000 (unit:1)
$P_{B,d}$	0.01~0.07 (unit:0.001)
$\bar{D}_{B,d}$	30~80 (unit:1)

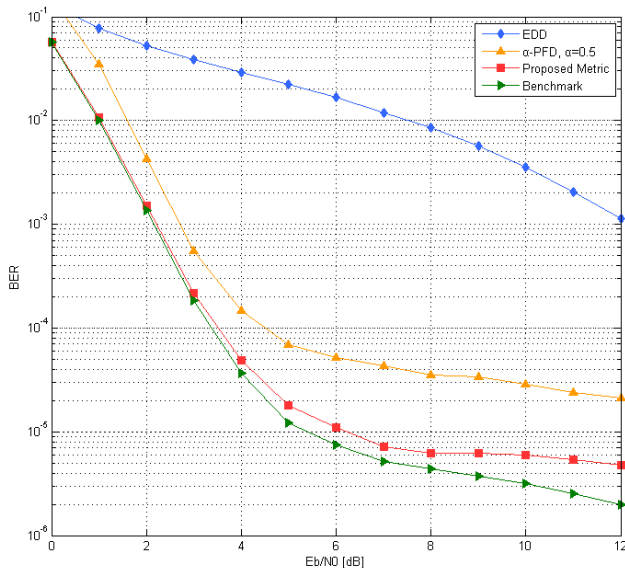


圖 5 不同解碼方法之效能分析(R = 100)

可以看到在設定時有盡量讓隨機選取的範圍比實際通道雜訊還來得大以測試隨機參數對 Proposed metric 解碼器的效能是否有影響。圖 5 及圖 6 其中歐式距離解碼器因

為使用傳統格狀圖做解碼使得效能顯得非常差，而雖然 α -償罰函數解碼器同樣是使用格狀圖解碼，但因為有指數函數的關係能讓脈衝雜訊的影響降低，不過相較於 Proposed metric 解碼器來說表現依舊不是很好；Proposed metric 的標竿因為採用完全和脈衝雜訊相同的機率模型進行模擬因此效果相對好很多，而隨機設定參數的部分在低 SNR 時很貼近標竿結果，並且在 3、4dB 後錯誤率也已經低於 10^{-5} 。

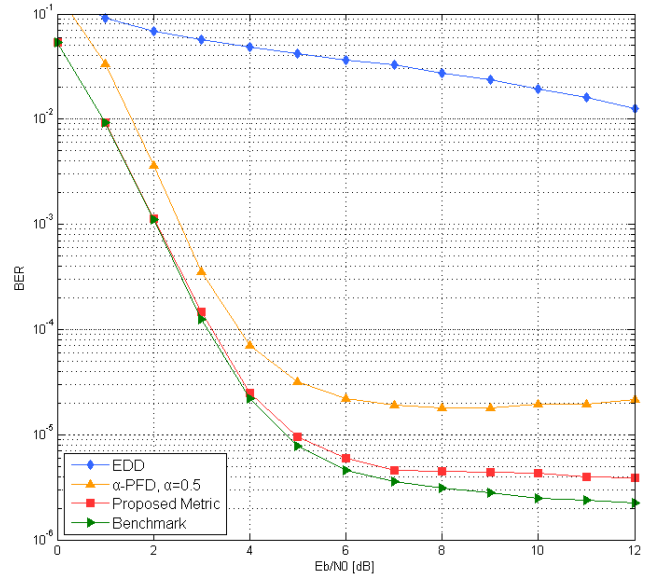


圖 6 不同解碼方法之效能分析(R = 400)

五、結論

由圖 5 及圖 6 能知道雖然是在隨機設定參數的情況下模擬，但相較於其他解碼方式，Proposed metric 解碼器對於記憶型 MG 脈衝雜訊仍然有著較佳解碼效果，而我們也證實了此解碼方式是非常穩健的。另外，在本文中僅針對 $\beta = 2\sigma_c^2$ 和 BPSK 的情況做模擬，若能夠再加上 β 參數的變動及其他不同種調變方式，此解碼方法將能有更豐富的變化來對抗連續型的脈衝雜訊。

參考文獻

- [1] T.S.R.K.L. Blackard and C. W. Bostian, "Measurements and models of radio frequency impulsive noise for indoor wireless commun.," IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 11, pp. 991-1001, Sep. 1993.
- [2] M. Zimmermann and K. Dostert, "Analysis and modeling of impulsive noise in broad-band powerline communications," IEEE Transactions on, Electromagnetic Compatibility, vol. 44, no. 1, pp. 249-258, Feb. 2002.
- [3] J. Haring and A. J. H. Vinck, "Coding for impulsive noise channels," in IEEE Proc. ISPLC, April 2001, pp. 103-108.
- [4] A. Viterbi and J. Omura, Principles of Digital Communication and Coding. New York: McGraw-Hill, 1979.
- [5] D.-F. Tseng, Y. S. Han, W. H. Mow, P.-N. Chen, J. Deng, and A. J. H. Vinck, "Efficient decoding over unknown impulsive noise channels," submitted to IEEE Trans. Communications, Feb. 2013.
- [6] M. Mushkin and I. Bar-David, "Capacity and coding for the Gilbert-Elliott channels," IEEE Transactions on, Information Theory, vol. 35, no. 6, pp. 1277-1290, Nov. 1989.
- [7] J. Mitra and L. Lampe, "Convolutionally coded transmission over Markov-Gaussian channels: Analysis and decoding metrics," IEEE Transactions on, Communications, vol. 58, no. 7, pp. 1939-1949, July 2010.