

以降維度之么正多重訊號分辨演算法估測雙基地多輸入多輸出雷達的離開方向和到達方向

張安成^a、張凱翔^b

嶺東科技大學資訊科技系^a
嶺東科技大學資訊科技應用研究所^b

摘要—本論文係於雙基地多輸入多輸出雷達系統處理到達方向(DOA)與離開方向(DOD)的估測問題，一個降維多重訊號分類(RD-MUSIC)演算法已被提出並證實只需要一維搜尋且不需要配對，雖然對可解析的目標物數目變少，卻可避免執行二維頻譜搜尋具有高計算複雜度的缺點；且為了進一步降低計算複雜度，本論文提出了降維么正(unitary)多重訊號分類(RD-UMUSIC)演算法，此技術是將複數的特徵值分解轉換成實數的特徵值分解，以降低計算複雜度。同時為了改善 RD-MUSIC 於 DOD 估測上利用最小平方相位整形對於雜訊影響較為敏感的問題，本論文亦提出基於導引向量之構成觀念來求解 DOD 角度，以獲得較佳的估測精準度；最後，透過電腦模擬結果以驗證本論文所提出的方法是有效的。

一、前言

近年來多輸入多輸出(Multiple-input multiple-output, MIMO)雷達是一種新興的技術，相較於傳統相位控制陣列雷達具有較大的虛擬陣列孔徑與空間分集(spatial diversity)的特性，以及較佳的目標解析度[1]，因此受到廣泛的注意。在雷達領域引起了廣泛研究與探討[2]-[4]。MIMO 天線系統，是由發射端天線陣列發射每組互相正交的脈波波形，並利用通過在接收機天線陣列的匹配濾波器組以提取脈波波形成分，與傳統的雷達系統相比較，它已經被證明具有增進通訊性能的潛力。MIMO 雷達的最重要的特徵是使用正交波形來傳送訊號，當該傳送的訊號是正交時，在接收端處可被分離出來，因此，經 MIMO 進行處理後可以實現空間和訊號波形的分集(diversity)。此外，MIMO 雷達亦允許獲得一個大於真實孔徑的虛擬孔徑，這會降低旁波瓣而且由於自由度增加使得波束寬度變窄，故在 MIMO 雷達系統中自由度增加的特性，可被利用於提高解析能力、降低雜訊和增強分辨性能[5]。

雙基地(bistatic) MIMO 雷達為基於多基站或多站點配置之雷達系統中一種最簡單的模式；多基地(multi-static)雷達系統中發射與接收天線陣列間間距足夠大時，每一個收發陣列組合都相當於一組雙基地雷達，主要是利用目標在空間有不同的衰落特性，使目標的波動平均輸出不變，從而獲得空間分集的增益，提高目標偵測性能。近年來，已經有一些適應性的技術應用到 MIMO 雷達來估測訊號的 DOD 和 DOA 角度[6]-[10]。文獻[6]和文獻[7]分別是傳統的二維最小變異無失真響應(MVDR)和二維 MUSIC 演算法於 DOA 和 DOD 的估測，對於這些基於二維頻譜掃描的估測器，均具有較高計算複雜度；此外，計算複雜度和估測的準確度是取決於在頻譜搜尋過程中搜尋格柵(grid)的大小，且由於搜尋格柵的大

小無法事先明確的決定，因此耗費的搜尋時間是不明確的。為了降低計算複雜度，方向角度的獲得可經由降維轉換變成使用兩個一維最佳化求解問題；一降維 Capon 演算法[8]雖然可分別估測 DOD 和 DOA，但是需要執行一配對程序，期將增加計算複雜度。為了避免配對問題，文獻[9]提出一改良降維 Capon (RD-Capon)演算法，但其解析能力較差。文獻[10]提出降低維度的 MUSIC (RD-MUSIC)來增進估測之解析能力，RD-MUSIC 只需要執行一維頻譜搜尋，可避免二維頻譜掃描估測器的高計算複雜度，且在相同搜尋格柵大小時，有良好的估測性能，但是於 DOD 估測上利用最小平方相位整形技術對於雜訊影響相當敏感。為了更進一步的降低計算複雜度且同時提升估測精準度，本論文提出了經過么正(unitary) [11]之降維多重訊號分類(RD-UMUSIC)演算法，此么正轉換技術是將原本應對複數值自相關矩陣實施複數的特徵值分解轉換成對實數值自相關矩陣實施實數的特徵值分解，此一作法可以使得執行特徵值分解所需複數乘法為原來的0.25倍，當 MIMO 雷達系統發射和接收的天線陣列元素增加時，可大幅減少計算複雜度，並提出基於導引向量之構成觀念來求解 DOD 角度，以獲得較佳的估測精準度。

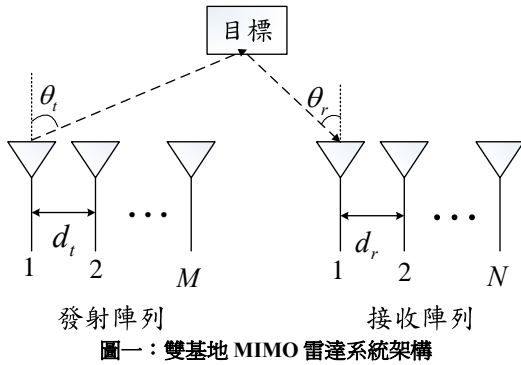
二、訊號模型

考慮一具有 M 個天線元素之發射陣列和 N 個天線元素之接收陣列的 MIMO 雷達系統架構，其陣列元素均假設為具有單位增益的全向性天線，且兩陣列皆是元素間距為半波長的均勻線性陣列，其中 d_s 表示發射陣列之元素間距， d_r 為接收陣列之元素間距，在此所使用的雙基地 MIMO 雷達系統的架構模型如圖一所示。若此環境中存在有 K 個待偵測的目標物，假設目標分布的範圍遠大於發射陣列和接收陣列的孔徑，並採用施威林 II (Swering Case II)目標模型[12]，則雷達截面在一脈波期間是固定，即為快速變動目標，而同一目標的回波反射係數在同一脈波期間內是完全相關的，而在脈波與脈波之間是完全不相關的。發射訊號以及回波反射訊號相對應於目標物的角度表示為 (θ_s, θ_r) ，其中 θ_s 是目標相對於發射陣列的離開角度(DOD)，而 θ_r 是經由目標物所反射之回波訊號相對於接收陣列的到達角度(DOA)；發射機的每一個天線元素所傳送的正交波形為 $\mathbf{s}(l, t) = [s_1(l), s_2(l), \dots, s_M(l)]^T$ ，其中 $(\bullet)^T$ 代表向量的轉置運算和 $l = 1, 2, \dots, L$ ， L 表示在一個脈波週期內脈碼波序列的長度(快速時間)，因而於此脈波期間所傳送的正交波形訊號為 $\mathbf{S}(t) = [\mathbf{s}(1) \mathbf{s}(2) \dots \mathbf{s}(L)]$ 。令第 k 個目標所反射之脈波訊號其平面波前進的法線方向與雙基地 MIMO 雷達系統的發射與接收天線陣列之間所夾的角度為

$(\theta_{t,k}, \theta_{r,k})$ ，則環境中有 K 個目標物於一個脈波週期內所接收的訊號向量表示為

$$\mathbf{x}(l,t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{a}(\theta_{r,k}) \mathbf{b}^T(\theta_{t,k}) \mathbf{s}(l,t) + \bar{\mathbf{w}}(l,t), \quad (1)$$

上式中 $\alpha_k = \beta_k e^{j2\pi f_{d_k} t}$ ，其中 β_k 代表由第 k 個目標的雷達反射截面所決定的反射係數及路徑損失，基於施威林 II 目標模型的假設， β_k 在脈波週期時間內為固定常數，而 f_{d_k} 代表相對應於第 k 個目標的都卜勒頻率； $\mathbf{a}(\theta_{r,k}) = [1, e^{j2\pi d_r \sin(\theta_{r,k})/\lambda}, \dots, e^{j2\pi d_r (N-1) \sin(\theta_{r,k})/\lambda}]^T$ 表示第 k 個目標於接收端的導引向量， $\mathbf{b}(\theta_{t,k}) = [1, e^{j2\pi d_t \sin(\theta_{t,k})/\lambda}, \dots, e^{j2\pi d_t (M-1) \sin(\theta_{t,k})/\lambda}]^T$ 表示第 k 個目標於發射端的導引向量， $\bar{\mathbf{w}}(l,t)$ 表示雜訊向量且其元素均假設為是獨立的、零平均值、複數高斯分佈。



圖一：雙基地 MIMO 雷達系統架構

由於從發射端所發送脈波訊號的波形是正交的，故所傳送的訊號 s_i 與 s_j 具有 $\langle s_i, s_j \rangle = 0$ 以及 $\|s_i\|^2 = 1$ ($i \neq j = 1, 2, \dots, M$) 的特性，其中 s_i 和 s_j 分別表示從第 i 和第 j 個天線傳送的訊號。接著，維度為 $N \times 1$ 之接收訊號向量 $\mathbf{x}(l,t)$ 通過一個具有脈衝響應 $\{\mathbf{s}(l) = [s_1(l), s_2(l), \dots, s_M(l)]^T, l = 1, 2, \dots, L\}$ 的匹配濾波器組如圖二所示，則可獲得一維度為 $N \times M$ 的資料矩陣 $\mathbf{Y}(t) = [y_1^T(t), y_2^T(t), \dots, y_N^T(t)]^T$ 表示如下

$$\mathbf{Y}(t) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(l,t) \mathbf{s}^H(l) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{y}_n(t)$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 是一個維度為 $1 \times M$ 的列向量且 $(\bullet)^H$ 表示共軛轉置運算，則濾波器組的輸出以向量型式表示如下[6]：

$$\boldsymbol{\eta}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T = \alpha_k \mathbf{c}(\theta_{r,k}, \theta_{t,k}) + \mathbf{w}(t) \quad (3)$$

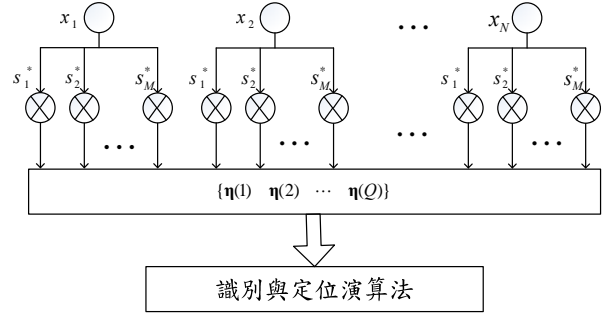
其中 $\mathbf{c}(\theta_{r,k}, \theta_{t,k}) = \text{row}\{\mathbf{a}(\theta_{r,k}) \mathbf{b}^T(\theta_{t,k})\}$ 是一個維度為 $MN \times 1$ 的向量，雜訊向量 $\mathbf{w}(t) = \text{row}\{(1/L) \sum_{l=1}^L \bar{\mathbf{w}}(l,t) \mathbf{s}^H(l)\}$ 是零平均值且複數高斯 $(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN})$ ， $\text{row}\{\bullet\}$ 定義為將維度 $N \times M$ 的矩陣經由堆疊矩陣的列向量而映射成維度是 $MN \times 1$ 的行向量；通過第 m 個匹配濾波器的輸出可以寫成

$$\eta_m(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{a}(\theta_{r,k}) b_m(\theta_{t,k}) e^{j2\pi f_{d_k} t} + \mathbf{w}_m(t) \quad (4)$$

其中向量 $\boldsymbol{\eta}_m(t)$ 的維度為 $N \times 1$ 和 $b_m(\theta)$ 表示發射端之 DOD 導引向量的第 m 個元素， $\mathbf{w}_m(t)$ 為經過第 m 個匹配濾波器後的雜訊成分。因此，全系統的輸出 $\boldsymbol{\eta}(t) \in C^{MN \times 1}$ 且可以寫成

$$\boldsymbol{\eta}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{c}(\theta_{r,k}, \theta_{t,k}) s_k(t) + \mathbf{w}(t) \quad (5)$$

其中 $s_k(t) = \alpha_k e^{j2\pi f_{d_k} t}$ ， $\mathbf{c}(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{a}(\theta_r) \otimes \mathbf{b}(\theta_t)$ 和 \otimes 表示 Kronecker 乘積運算。



圖二：充分統計量之提取、識別和定位演算法

假設傳送 Q 個脈波，則(5)又可寫成

$$\boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{C}(\theta_r, \theta_t) \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t), \quad t = 1, 2, \dots, Q, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{C}(\theta_r, \theta_t) = [\mathbf{c}(\theta_{r,1}, \theta_{t,1}), \mathbf{c}(\theta_{r,2}, \theta_{t,2}), \dots, \mathbf{c}(\theta_{r,K}, \theta_{t,K})]$ 為維度 $MN \times K$ 的導引矩陣， $\mathbf{s}(t) = [\alpha_1 e^{j2\pi f_{d_1} t}, \alpha_2 e^{j2\pi f_{d_2} t}, \dots, \alpha_K e^{j2\pi f_{d_K} t}]^T$ ，這裡是假設不同的目標有不同的正規化都卜勒頻率 f_{d_k} 和所有 K 個的目標物位於相同的區域範圍內，因此，訊號向量 $\mathbf{s}(t)$ 的成分不是完全相關。陣列天線輸出(6)之接收訊號向量的自相關矩陣可表示如下：

$$\mathbf{R} = E[\boldsymbol{\eta}(t) \boldsymbol{\eta}(t)^H] = \mathbf{C} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{C}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{R}_{ss} = E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}(t)^H]$ ，然而實際上真正可使用的自相關矩陣 \mathbf{R} 是對一定數量的輸出資料作取樣平均而獲得，假設經由 Q 次觀測陣列輸出作取樣，經取樣平均而得的估測的自相關矩陣為 $\hat{\mathbf{R}} = (1/Q) \sum_{t=1}^Q \boldsymbol{\eta}(t) \boldsymbol{\eta}^H(t)$ 。

三、所提出之估測方法

在本節介紹所提出的降維么正 MUSIC (RD-UMUSIC) 演算法，首先，藉由降維技術將二維頻譜掃描降為一維搜尋，並利用么正轉換將複數的特徵值分解轉變為實數的特徵值，同時為了改善 RD-MUSIC 於 DOD 估測上利用最小平方相位整形對於雜訊影響較為敏感的問題，亦提出基於導引向量之構成觀念來求解 DOD 角度；此一處理方式除了可降低計算複雜度，且可提高 DOD 的估測精準度。

3.1 DOA 估測方法

假設么正矩陣 \mathbf{H} 為維度 $MN \times MN$ 的共軛對稱矩陣

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & j\mathbf{I} \\ \mathbf{J} & -j\mathbf{J} \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中單位矩陣 \mathbf{I} 和交換矩陣 \mathbf{J} 均為維度 $0.5MN \times 0.5MN$ ，定義 $\hat{\mathbf{R}}_{FB}$ 為順向和逆向自相關矩陣並表示為

$$\hat{\mathbf{R}}_{FB} = 0.5(\mathbf{R} + \mathbf{J}_b \mathbf{R}^* \mathbf{J}_b) \quad (9)$$

其中 \mathbf{J}_b 為維度 $MN \times MN$ 的交換矩陣，經過線性變換可以得到下式且為實數形式的

$$\hat{\mathbf{R}}^r = 0.5(\mathbf{H}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{H} + \mathbf{H}^H \hat{\mathbf{J}} \mathbf{R}^* \mathbf{J} \mathbf{H}) = \mathbf{H}^H \hat{\mathbf{R}}_{FB} \mathbf{H} \quad (10)$$

當對 $\hat{\mathbf{R}}^r$ 進行實數特徵值分解使得

$$\hat{\mathbf{R}}^r = \mathbf{E}_s \Lambda_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_w \Lambda_w \mathbf{E}_w^H \quad (11)$$

其中維度為 $MN \times K$ 的矩陣 \mathbf{E}_s 為 $\hat{\mathbf{R}}^r$ 的特徵向量所形成的訊號子空間， Λ_s 為對應於 \mathbf{E}_s 的特徵值矩陣，而 \mathbf{E}_w 為雜訊所展延而成的雜訊子空間，其相對的特徵值矩陣 Λ_w 之對角線元素為 σ_w^2 。

令 $\mathbf{V}(\theta_r, \theta_t) = [\mathbf{a}(\theta_r) \otimes \mathbf{b}(\theta_t)]^H \mathbf{P}_w [\mathbf{a}(\theta_r) \otimes \mathbf{b}(\theta_t)]$ 且 $\mathbf{P}_w = \mathbf{H} \mathbf{E}_w \mathbf{E}_w^H \mathbf{H}^H$ ，可以寫為下式

$$\mathbf{V}(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{b}^H(\theta_t) \mathbf{Q}(\theta_r) \mathbf{b}(\theta_t) \quad (12)$$

其中 $\mathbf{Q}(\theta_r) = [\mathbf{a}(\theta_r) \otimes \mathbf{I}_M]^H \mathbf{P}_w [\mathbf{a}(\theta_r) \otimes \mathbf{I}_M]$ ， \mathbf{I}_M 是維度 $M \times M$ 的單位矩陣，此表示方式可讓我們以分離的方式估測 DOA 和 DOD。我們考慮透過 $\mathbf{e}_1^H \mathbf{b}(\theta_t) = 1$ 的限制條件，則最佳化的問題可以重建如 (13)，其中 $\mathbf{e}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T \in R^{M \times 1}$ 用以消除齊次解 $\mathbf{b}(\theta) = \mathbf{0}_M$ 。最佳化問題可表示如下

$$\min_{\theta_t} \mathbf{b}^H(\theta_t) \mathbf{Q}(\theta_r) \mathbf{b}(\theta_t) \quad \text{subject to} \quad \mathbf{e}_1^T \mathbf{b}(\theta_t) = 1 \quad (13)$$

引入 Lagrange 乘數法，(13) 可轉型成為非限制的最小化問題 $\min f(\theta_r, \theta_t)$ ，其中 $f(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{b}^H(\theta_t) \mathbf{Q}(\theta_r) \mathbf{b}(\theta_t) - \kappa [\mathbf{e}_1^T \mathbf{b}(\theta_t) - 1]$ ， κ 是 Lagrange 乘數。使 $f(\theta_r, \theta_t)$ 對 $\mathbf{b}(\theta_t)$ 的一階導函數為零，則

$$\frac{\partial f(\theta_r, \theta_t)}{\partial \mathbf{b}(\theta_t)} = 2\mathbf{Q}(\theta_r) \mathbf{b}(\theta_t) + \kappa \mathbf{e}_1 = 0 \quad (14)$$

根據 (14)， $\mathbf{b}(\theta_t) = \mu \mathbf{Q}^{-1}(\theta_r) \mathbf{e}_1$ ，其中 μ 為常數；當 $\mathbf{e}_1^T \mathbf{b}(\theta_t) = 1$ ，則 $\mu = [\mathbf{e}_1^T \mathbf{Q}^{-1}(\theta_r) \mathbf{e}_1]^{-1}$ ， $\mathbf{b}(\theta_t)$ 可由 $\mathbf{b}(\theta_t) = [\mathbf{Q}^{-1}(\theta_r) \mathbf{e}_1] / [\mathbf{e}_1^T \mathbf{Q}^{-1}(\theta_r) \mathbf{e}_1]$ 獲得。將 $\mathbf{b}(\theta_t)$ 代入 $\min_{\theta_t} \mathbf{b}^H(\theta_t) \mathbf{Q}(\theta_r) \mathbf{b}(\theta_t)$ ，則 DOAs 可以由下式獲得

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_r &= \arg \min_{\theta_r} \{1 / [\mathbf{e}_1^T \mathbf{Q}^{-1}(\theta_r) \mathbf{e}_1]\} \\ &= \arg \max_{\theta_r} \mathbf{e}_1^T \mathbf{Q}^{-1}(\theta_r) \mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (15)$$

藉由在區間 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 中的角度搜尋，可在 $\mathbf{Q}^{-1}(\theta_r)$ 的第一列第一行的元素中找到 K 個最大的峰值，這些最大的 K 個峰值即對應 K 個目標之入射訊號到達角度 $\{\hat{\theta}_{r,1}, \hat{\theta}_{r,2}, \dots, \hat{\theta}_{r,K}\}$ 。

3.2 DOD 估測方法

對於每一個 DOD 的估測，以上述估測的 DOA 角度 $\{\hat{\theta}_{r,1}, \hat{\theta}_{r,2}, \dots, \hat{\theta}_{r,K}\}$ 可分別建立相對估測的接收導引陣列 $\mathbf{a}(\hat{\theta}_{r,k}) = [1, e^{j2\pi d_r \sin(\hat{\theta}_{r,k})/\lambda}, \dots, e^{j2\pi d_r (N-1) \sin(\hat{\theta}_{r,k})/\lambda}]^T$ ，則 $\hat{\mathbf{Q}}(\hat{\theta}_{r,k}) = [\mathbf{a}(\hat{\theta}_{r,k}) \otimes \mathbf{I}_M]^H \mathbf{P}_w [\mathbf{a}(\hat{\theta}_{r,k}) \otimes \mathbf{I}_M]$ ；因此，

$$\mathbf{b}(\hat{\theta}_{t,k}) = \{[\hat{\mathbf{Q}}^{-1}(\hat{\theta}_{r,k}) \mathbf{e}_1] / [\mathbf{e}_1^T \hat{\mathbf{Q}}^{-1}(\hat{\theta}_{r,k}) \mathbf{e}_1]\} \quad (16)$$

對於實際之導引向量而言， $\mathbf{b}(\hat{\theta}_{t,k})$ 的第一項等於 1，我們重新定義一個新的向量 \mathbf{f}_k ，使得 $\mathbf{f}_k = (b_{k,1})^{-1} \mathbf{b}(\hat{\theta}_{t,k})$ ，其中 $b_{k,1}$ 為 $\mathbf{b}(\hat{\theta}_{t,k})$ 的第一元素，因為正確的導引向量之每一項都要調校為 1，於是我們藉由找尋最佳解的過程中，從 \mathbf{f}_k 中找到合適且精確的導引向量的估測值，以下為最佳化問題：

$$\max \text{Re}\{\hat{\mathbf{f}}_k^H \mathbf{f}_k\} \quad \text{subject to} \quad \hat{f}_{k,1} = 1 \quad |\hat{f}_{k,m}| = 1, \quad m > 1 \quad (17)$$

其中 $\hat{f}_{k,m}$ 表示為 $\hat{\mathbf{f}}_k$ 的第 m 項， $\text{Re}\{x\}$ 表示為 x 的實部，第 (17) 式中所形成的最佳化問題有一個封閉解 $\hat{\mathbf{b}}_k$ ，其中 $\hat{\mathbf{b}}_k$ 的第 m 個元素 $\hat{b}_{k,m}$ 需滿足下式：

$$\hat{b}_{k,m} = \hat{f}_{1,k} / |\hat{f}_{1,k}|, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (18)$$

所以，所估測之理想導引向量便是 $\hat{\mathbf{b}}_k$ ，在獲得整形的導引向量 $\hat{\mathbf{b}}_k$ 之後，我們便能計算出相對應的第 k 個目標之離開角度。基於導引向量之構成觀念，本文提出一個找尋方向角度的方法，首先，導引向量 $\hat{\mathbf{b}}_k$ 的第 m 個元素可以表示為：

$$\begin{aligned} \hat{b}_{k,m} &= \text{Re}\{\hat{b}_{k,m}\} + j \text{Im}\{\hat{b}_{k,m}\} \\ &= \cos \varphi_{k,m} + j \sin \varphi_{k,m}, \quad m = 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\text{Im}\{x\}$ 表示為 x 的虛部且 $\varphi_{k,m} = \tan^{-1}[\text{Im}\{\hat{b}_{k,m}\} / \text{Re}\{\hat{b}_{k,m}\}]$ ，利用尤拉關係式 (Euler's relation)，第 k 個目標的 DOD 的導引向量之虛數指數項亦能表示為

$$\begin{aligned} &\exp(j2\pi(m-1)d_t \sin \theta_{t,k}^m / \lambda) \\ &= \cos(2\pi(m-1)d_t \sin \theta_{t,k}^m / \lambda) + j \sin(2\pi(m-1)d_t \sin \theta_{t,k}^m / \lambda) \end{aligned} \quad (20)$$

透過 (19) 和 (20)，我們可以將 $\hat{\theta}_{t,k}^m$ 表示為

$$\hat{\theta}_{t,k}^m = \sin^{-1}\left(\frac{\varphi_{k,m}}{2\pi(m-1)d_t/\lambda}\right), \quad m = 2, 3, \dots, M \quad (21)$$

在 $\hat{\theta}_{t,k}^m$ ($m = 2, 3, \dots, M$) 中我們採用平均的技巧用以減輕雜訊之影響來達到最佳化之估測目的，最後，第 k 個目標的 DOD 角度估測便可以表示為下式：

$$\hat{\theta}_{t,k} = \frac{1}{M-1} \sum_{m=2}^M \sin^{-1}\left(\frac{\tan^{-1} \frac{\text{Im}\{\hat{b}_{k,m}\}}{\text{Re}\{\hat{b}_{k,m}\}}}{(m-1)2\pi d_t / \lambda}\right) \quad (22)$$

且 $k = 1, 2, \dots, K$ 。

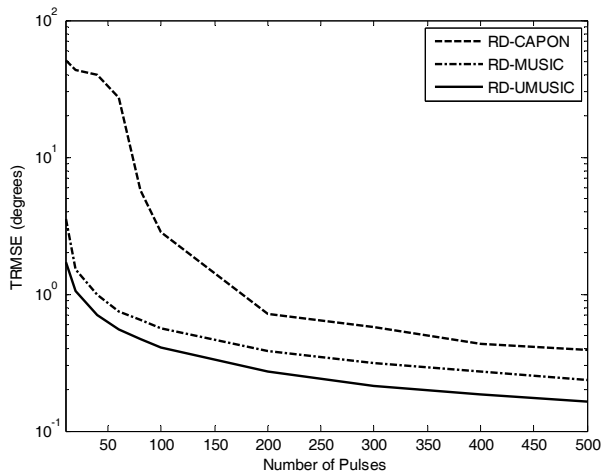
3.3 計算複雜度分析

在本小節中我們評估 RD-Capon [9]、RD-MUSIC [10] 和所提出的 RD-UMUSIC 等估測器所需要的複數乘法 (complex multiplication, CM) 數目。假設於此雙基地 MIMO 雷達系統中有 K 個目標， M 個發射天線元素， N 個接收天線元素，發送脈波的數量為 Q ，且經取樣平均而得的估測自相關矩陣為 $\hat{\mathbf{R}}$ 所需要的計算複雜度是 QM^2N^2 CM。對此複數自相關矩陣 $\hat{\mathbf{R}}$ 實施特徵值分解和反矩陣運算所需的計算複雜度分別是 $12M^3N^3$ 和 $2M^3N^3$ CMs。由於這些降維估測器在執行 DOA 估測均為實施一維頻譜搜尋，假設均採用相同格柵大小則頻譜搜尋的次數分別為 F_r ，因此，RD-Capon 所需要全部的複數乘法約為 $QM^2N^2 + 2M^3N^3 + (F_r + K)(M^3N^2 + M^3N + 2M^3)$ ，執行 RD-MUSIC 估測器所需要全部的複數乘法約為 $QM^2N^2 + 13M^3N^3 - M^2N^2K + (F_r + K)(M^3N^2 + M^3N + 2M^3)$ ，最後，對於所提出的 RD-UMUSIC，首先，使用么正矩陣將複數自相關矩陣 $\hat{\mathbf{R}}$ 轉變成實數自相關矩陣 $\hat{\mathbf{R}}^r = \mathbf{H}^H \hat{\mathbf{R}}_{FB} \mathbf{H}$ ，在此計算 $\hat{\mathbf{R}}_{FB}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}^r$ 分別需要約 $2M^3N^3$ CM，對 $\hat{\mathbf{R}}^r$ 做實數特徵值分解需要約 $3M^3N^3$ ，計算 $\mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H$ 需要約 $M^3N^3 - M^2N^2K$ ；對於 DOA 估測部分，計算

$\mathbf{Q}(\theta_r)$ 和 $\mathbf{Q}^{-1}(\theta_r)$ 分別需要約 $M^3N^2 + M^3N$ 和 $2M^3$ ，此項計算須執行 F_r 次搜尋；對於 DOD 估測部分，須執行 K 次 (16) 的求解用以獲得 $\mathbf{b}(\hat{\theta}_{i,k})$ ，故所需的複數乘法約為 $K(M^3N^2 + M^3N + 2M^3)$ ，接著，對於估測 DOD 導引向量轉換 $\hat{\theta}_{i,k}$ 的計算量是微小的因此予以忽略，故所提出的 RD-UMUSIC 方法需要全部的複數乘法約為 $QM^2N^2 + 8M^3N^3 - M^2N^2K + (F_r + K)(M^3N^2 + M^3N + 2M^3)$ 。

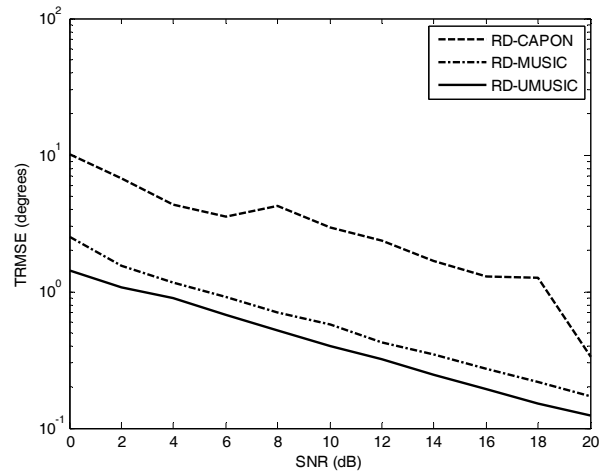
四、模擬結果

在本節中我們藉由電腦模擬來驗證所提出之演算法的性能，所提出的 RD-UMUSIC 分別與 RD-Capon [9] 和 RD-MUSIC [10] 等演算法做性能的比較，並採用 K 個目標之 DOD 與 DOA 估測的全部的均方根誤差 $\text{TRMSE} = \sum_{k=1}^K [(\hat{\theta}_{i,k} - \theta_{i,k})^2 + (\hat{\theta}_{r,k} - \theta_{r,k})^2]^{0.5}$ 作為性能評價指標，並於不同的參數設定下使用蒙特卡羅 (Monte Carlo) 測試。考慮一個雙基地 MIMO 雷達系統由天線元素數目 $M = 8$ 的發射天線陣列和元素數目 $N = 8$ 的接收天線陣列組成，且發射與接收陣列中各天線元素間的時間距離為半波長 (0.5λ 且 λ 代表波長)，所有的陣列元件均假設具有全向性的單位增益，所有的目標反射訊號接收功率的 $\text{SNR} = 10 \log_{10} E[s(t)^2] / \sigma_w^2$ ；假設非相關的空中目標數目 $K = 3$ ，並且它們的所在位置相對應於此雙基地 MIMO 雷達系統之發射與接收陣列的角度分別為 $(\theta_{i,1}, \theta_{r,1}) = (10^\circ, 15^\circ)$ 、 $(\theta_{i,2}, \theta_{r,2}) = (20^\circ, 25^\circ)$ 、 $(\theta_{i,3}, \theta_{r,3}) = (30^\circ, 35^\circ)$ 。圖三顯示 DOD-DOA 估測角度之 TRMSE 相對應於不同取樣脈波 (pulse) 數的變化來觀察估測器的收斂性，令所有目標物的 $\text{SNR} = 10\text{dB}$ ，從圖中可以很容易地觀察到所有的演算法均可以估測 DOD 和 DOA，且所提出 RD-UMUSIC 方法比 RD-Capon 和 RD-MUSIC 有較好的收斂性能。



圖三：變化取樣數目之 DOD 和 DOA 估測的 TRMSE

圖四顯示變化 SNR 從 0dB 至 20dB 時之 DOD-DOA 估測角度的 TRMSE，除了使用的脈波取樣數目設定為 $Q = 100$ 外，圖四與圖三所設定參數是相同的，其清楚的指出在整個 SNR 範圍內本論文所提出的方法對雜訊較不敏感，故具有比其它方法擁有較佳的估測性能。最後，這些圖再一次驗證本論文所提出的方法比 RD-Capon 和 RD-MUSIC 演算法是更有效和精確的。



圖四：變化 SNR 之 DOD 和 DOA 估測的 TRMSE

結論

有關於雙基地 MIMO 雷達的 DOD-DOA 角度估測問題，本論文提出了 RD-UMUSIC 的估測演算法，同時在執行特徵值分解時使用么正矩陣將複數轉變成實數以降低計算複雜度，並且利用所獲得之估測的 DOA 對應的 DOD 導引向量，使用重新構建導引向量的觀念，將此估測的 DOD 導引向量轉換成估測的 DOD 角度。此外，經由與 RD-Capon 和 RD-MUSIC 等估測演算法進行比較，亦驗證了本論文所提出之方法的有效性。

參考文獻

- [1] X.L. Liu and G.S. Liao, "Multi-target localisation in bistatic MIMO radar," *Electronics Letters*, vol. 46, no. 13, pp. 945-946, June 2010.
- [2] E. Fishler, A. Haimovich, R. Blum, D. Chizhik, L. Cimini, R. Valenzuela, "MIMO radar: An idea whose time has come," *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, Newark, NJ, USA, pp. 71-78, April 2004.
- [3] J. Li and P. Stoica, *Array Signal Processing for MIMO Radar*, Wiley, UK, 2009.
- [4] I. Bekkerman and J. Tabrikian, "Target detection and localization using MIMO radars and sonars," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 10, pp. 3873-3883, Sept. 2006.
- [5] E. Fishler, A. Haimovich, R. Blum, L. Cimini, D. Chizhik, and R. Valenzuela, "Spatial diversity in radars-models and detection performance," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 823-837, Feb. 2006.
- [6] H. D. Yan, J. Li, and G. S. Liao, "Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems," *EURASIP J. on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, Jan. 2008. doi: 10.1155/2008/283483
- [7] R. Xi, Z. Liu, and J. X. Wu "Direction finding with automatic pairing for bistatic MIMO radar," *Signal Processing*, vol. 92, no. 1, pp. 198-203, Jan. 2012.
- [8] X. Zhang and D. Xu, "Angle estimation in MIMO radar using reduced-dimension Capon," *Electronic Letters*, vol. 46, no. 12, pp. 860-861, June 2010.
- [9] X. Zhang and D. Xu, "Angle estimation in bistatic MIMO radar using improved reduced dimension Capon algorithm," *J. Systems Engineering and Electronics*, vol. 24, no. 1, pp.84-89, Feb. 2013.
- [10] X. F. Zhang, L. Y. Xu, L. Xu, and D. Z. Xu, "DOD and DOA estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC," *IEEE Communications Letters*, vol. 14, no. 12, pp. 1161-1163, Dec. 2010.
- [11] F. Li, J. Sun, D. Yuan, "Carrier frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink using unitary MUSIC," *IEEE 13th International Conference*, pp. 177-181, 2011
- [12] M. I. Skolnik, *Introduction to Radar System*, 3E. McGraw-Hill Book Co. 2001.