

# 表面聲波共振器之等效電路參數萃取

歐祐呈<sup>\*a</sup>、羅如燕<sup>a</sup>、林志勳<sup>a</sup>、吳信賢<sup>b</sup>、耿鈞煌<sup>a</sup>  
 義守大學 電機工程學系<sup>a</sup>  
 東方設計學院 電子與資訊系<sup>b</sup>

**摘要** — 此研究以 KK 定理 (Kramers-Kronig relations) 萃取單電極與雙電極表面聲波共振器的等效電路參數。利用半導體製程技術製作表面聲波共振器，使用網路分析儀量測元件之頻率響應，進一步以 KK 定理萃取表面聲波元件中因製程或量測所造成之阻抗與電容效應等參數。<sup>1</sup>

## 一、前言

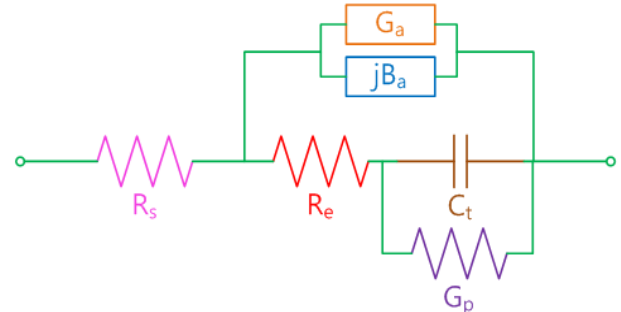
表面聲波 (Surface Acoustic Wave, SAW) 元件因具有製程簡單與元件尺寸小，但卻是通訊系統中不可或缺的關鍵零組件，故一直都有不少團隊投入研究 [1-5]。而製作完成後所量得的表面聲波元件特性與初始設計時的差異，將因設計方法的不同與材料參數的微小差異，而影響元件最後的特性。因此，如何求得表面聲波元件之特性，萃取因製程時電極材料與厚度所造成的電容與電阻效應、量測時高頻探針與接觸電極所構成的串聯電阻亦是研究的一大課題。近年來，有許多有關表面聲波元件等效電路的文獻發表 [6, 7]，探討指狀電極的厚度與基板導電度對元件特性的影響。

本研究以 KK 定理 (Kramers-Kronig relations) 萃取單電極與雙電極表面聲波共振器的等效電路參數。

## 二、研究方法

KK 定理在物理學中是著名的理論 [8]，先是利用外加電場和極化的關係推導出磁化率張量實部和虛部之間的關係，再經過轉換，可以得到介電函數實部和虛部之間的關係。本文利用 KK 定理關係式，以求得等效電路的最佳化效果。

圖一為表面聲波元件的等效電路圖，裡面也提到了包含了導納， $G_a + jB_a$ ，以及指狀電極所造成的阻抗  $R_e$ 、指狀電極所造成之電容效應  $C_t$  和  $G_p$  及量測時探針與電極之串連阻抗  $R_s$  等 4 個參數。



圖一：表面聲波共振器元件之等效電路圖

首先，由網路分析儀中實際所量測到的頻率響應帶入 (1) 式，得到  $(G_a)$ 、 $(B_a)$ ，再將其帶入第 (2) 式，經過 KK 定理的關係式，最後再得到導納的實部  $(G_{K-K})$  以及虛部  $(B_{K-K})$ 。進而比較實數的誤差  $err\_G$  及虛數的誤差  $err\_B$  (3) 式，誤差值越小，即越接近量測到的數據，而效果相對也越好。

$$G_a + jB_a = \frac{G - R_s(B^2 + G^2) + jB}{(1 - R_s G)^2 + R_s^2 B^2} - \frac{G_p(1 + R_e G_p) + R_e \omega^2 C_t^2 + j\omega C_t}{(1 + R_e G_p)^2 + R_e^2 \omega^2 C_t^2} \quad (1)$$

$$G_{K-K}(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega' B_a(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (2)$$

$$B_{K-K}(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{G_a(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

$$err\_G_{K-K} = \sum (G_a - G_{K-K})^2 \quad (3)$$

$$err\_B_{K-K} = \sum (B_a - B_{K-K})^2$$

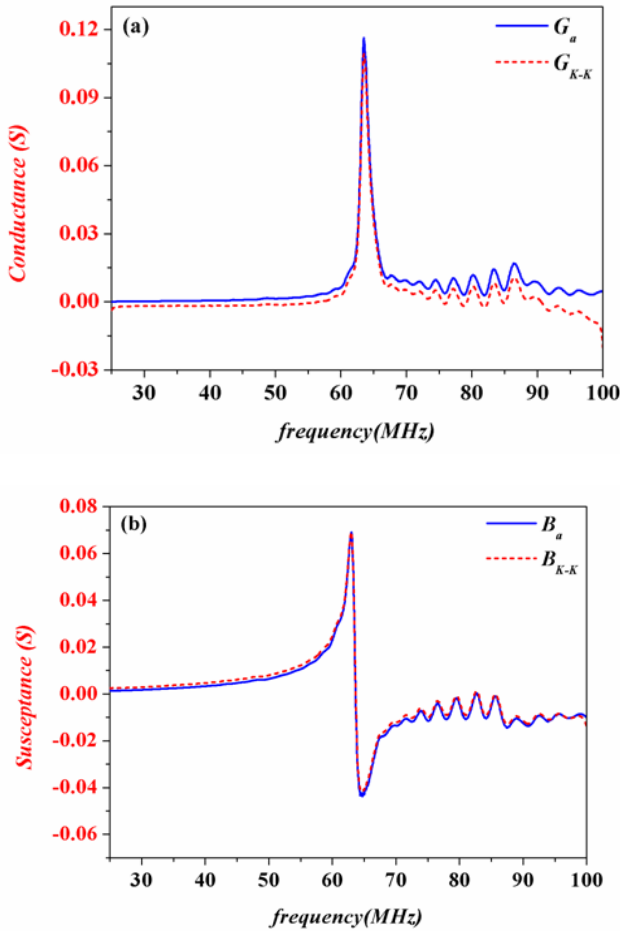
## 三、結果與討論

等效電路中分有  $R_e$ 、 $C_t$ 、 $G_p$  與  $R_s$  等 4 個參數，其中儀器內部電容及阻抗的干擾皆已考慮的情況下，研究中先萃取 2 個參數值，並假設另外 2 個參數值為 0，接著做比較，發現最小誤差後即得所需的參數，再利用同樣的方法，去萃取第 3 個及第 4 個參數。(儀器內部電容及阻抗的干擾皆已考慮)

### 3.1 初步參數萃取-單電極

<sup>1</sup> 本研究由國科會贊助，計畫編號 NSC 100-2221-E-214-061-MY3、NSC 102-2811-E-214-001。

先固定其中 2 個參數， $R_e$  以及  $G_p$  為 0，圖二(a)和 (b)，找到在  $C_t = 9.13 \times 10^{-11}$ 、 $R_s = 34.1$  時，實數( $G_a$ )所構成的曲線有最小的誤差值  $err_G = 4.1483 \times 10^{-2}$ 。

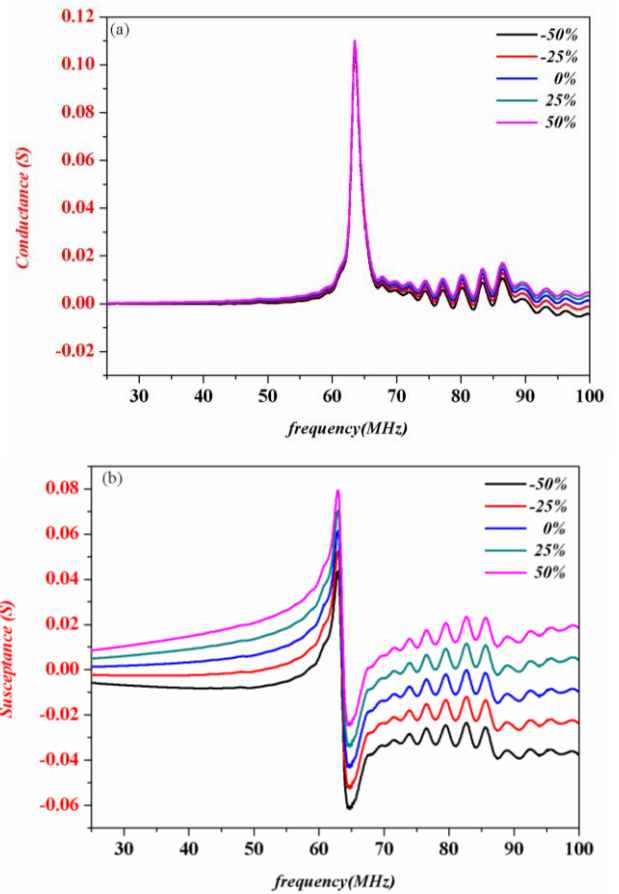


圖二： $C_t = 9.13 \times 10^{-11}$  (a)導納實部 (b)導納虛部

$C_t$  的大小也會對結果造成影響，以下為把  $C_t$  分別增加 25%、50% 和減少 25%、50% 得比較圖，可以發現實部會與  $C_t$  的幅度有些微的成長而虛部也是成正比成長，其他改變  $R_e$  或  $G_p$  皆不像變更  $C_t$  有這般明顯的效果。

表1：單電極之K-K初步參數萃取誤差表

$C_t$	$R_s$	$R_e$	$G_p$	$err_{G_{K-K}}$	$err_{B_{K-K}}$
$9.18 \times 10^{-11}$	34.1	0	0	$4.1524 \times 10^{-2}$	$3.7885 \times 10^{-3}$
$9.13 \times 10^{-11}$	34.1	0	0	$4.1483 \times 10^{-2}$	$3.0052 \times 10^{-3}$
$9.08 \times 10^{-11}$	34.1	0	0	$4.1512 \times 10^{-2}$	$2.3602 \times 10^{-3}$



圖三：改變  $C_t$  (a)導納實部 (b)導納虛部比較圖

### 3.2 進階參數萃取-單電極

繼續進階的參數萃取，固定  $C_t = 9.13 \times 10^{-11}$  再加入  $R_e$  並且做  $R_s$  的微調，此時  $G_p$  先為 0，即開始找最小的誤差。首先萃取參數  $R_s = 33.6$  及  $R_e = 0.12$  得到導納實部的誤差為  $2.4830 \times 10^{-2}$  與虛部誤差為  $2.0809 \times 10^{-3}$ ，接著萃取參數  $R_s = 33.5$  及  $R_e = 0.14$ ，得到導納實部的誤差為  $2.2779 \times 10^{-2}$ ，虛部誤差為  $2.0494 \times 10^{-3}$ ，最後萃取一組參數  $R_s = 33.4$  及  $R_e = 0.14$ ，導納實部誤差為  $2.4211 \times 10^{-2}$ ，虛部誤差為  $2.2395 \times 10^{-3}$ 。

由上述三組進階參數萃取可以整理成如下表 2，而由表可以得到在  $C_t = 9.13 \times 10^{-11}$ 、 $R_s = 33.5$  及  $R_e = 0.14$  時，實部有最小誤差  $2.2779 \times 10^{-2}$ ，虛部最小誤差  $2.0494 \times 10^{-3}$ 。所以在固定  $C_t$ 、 $R_s$  和  $R_e$  最後再萃取出  $G_p$  後，即可做完整的參數萃取。

表 2：單電極之 K-K 進階參數萃取誤差表

$C_t$	$R_s$	$R_e$	$G_p$	$err_{G_{K-K}}$	$err_{B_{K-K}}$
$9.13 \times 10^{-11}$	33.6	0.12	0	$2.4830 \times 10^{-2}$	$2.0809 \times 10^{-3}$
$9.13 \times 10^{-11}$	33.5	0.14	0	$2.2779 \times 10^{-2}$	$2.0494 \times 10^{-3}$
$9.13 \times 10^{-11}$	33.4	0.14	0	$2.4211 \times 10^{-2}$	$2.2395 \times 10^{-3}$

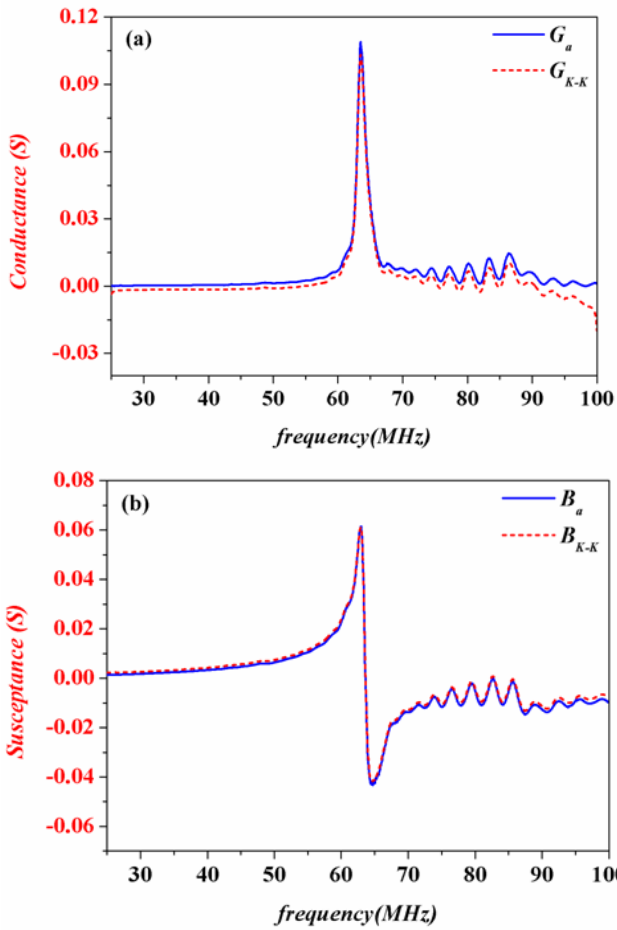
### 3.3 完整參數萃取-單電極

經過上面的步驟萃取  $C_t = 9.13 \times 10^{-11}$ 、 $R_s = 33.5$  及  $R_e = 0.14$  後，接著加入  $G_p$  去做完整的參數萃取，萃取  $G_p$

$=1.3 \times 10^{-5}$ ，所得導納實部誤差  $2.2646 \times 10^{-2}$  與虛部誤差  $2.0589 \times 10^{-3}$ ，接著再繼續萃取另一組參數  $G_p = 1.2 \times 10^{-5}$ ，得到導納實部誤差  $2.2656 \times 10^{-2}$  與虛部誤差  $2.0581 \times 10^{-3}$ ，最後再萃取一組參數  $G_p = 1.1 \times 10^{-5}$ ，得到導納實部的誤差  $2.2666 \times 10^{-2}$  與虛部的誤差  $2.0574 \times 10^{-3}$  如表 3。

表3：單電極之K-K進階參數萃取誤差表

$C_t$	$R_s$	$R_e$	$G_p$	$err_{G_{K-K}}$	$err_{B_{K-K}}$
$9.13 \times 10^{-11}$	33.5	0.14	$1.3 \times 10^{-5}$	$2.2646 \times 10^{-2}$	$2.0589 \times 10^{-3}$
$9.13 \times 10^{-11}$	33.5	0.14	$1.2 \times 10^{-5}$	$2.2656 \times 10^{-2}$	$2.0581 \times 10^{-3}$
$9.13 \times 10^{-11}$	33.5	0.14	$1.1 \times 10^{-5}$	$2.2666 \times 10^{-2}$	$2.0574 \times 10^{-3}$

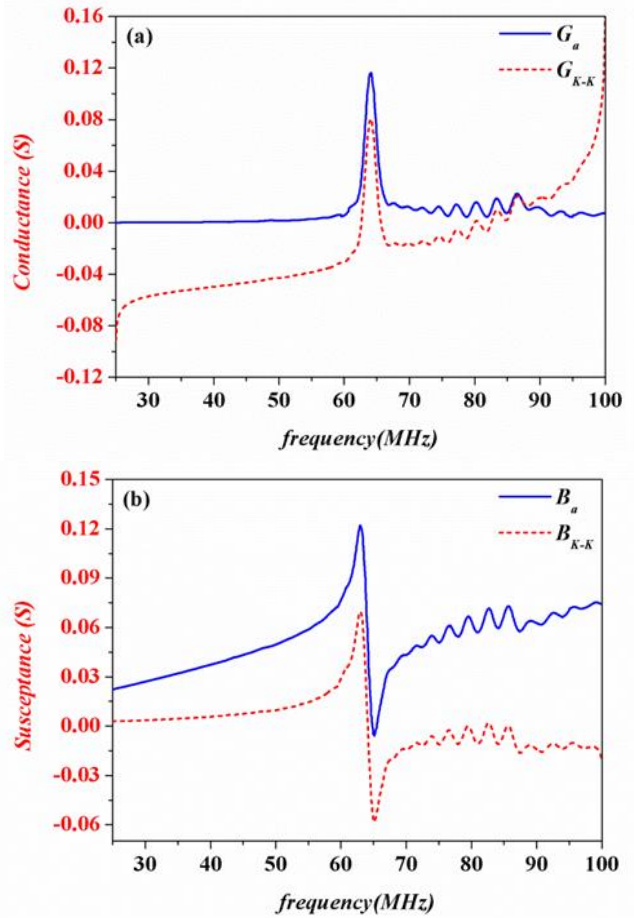


圖四： $C_t = 9.13 \times 10^{-11}$ 、 $R_s = 33.5$ 、 $R_e = 0.14$  及  $G_p = 1.2 \times 10^{-5}$  (a)導納實部 (b)導納虛部

### 3.4 初步參數萃取-雙電極

基本上步驟大同小異，只是換而使用雙電極元件來做萃取，萃取方法一樣是使用 K-K 定理做參數的萃取，先萃取出  $R_s = 31.3$  接著做初步的雙電極參數萃取，加入  $C_t$  後其他參數先設為 0，分別去探討導納實部與虛部，最後找到最小誤差的值。同樣在萃取三組參數後，去做誤差的比較，如表 4 雙電極之 K-K 初步

參數萃取誤差表，由表中可以看到  $C_t = 1.36 \times 10^{-10}$  及  $R_s = 31.3$  此組參數，導納實部有最小誤差  $7.7375 \times 10^{-2}$ ，以這組參數繼續做進階的參數萃取。



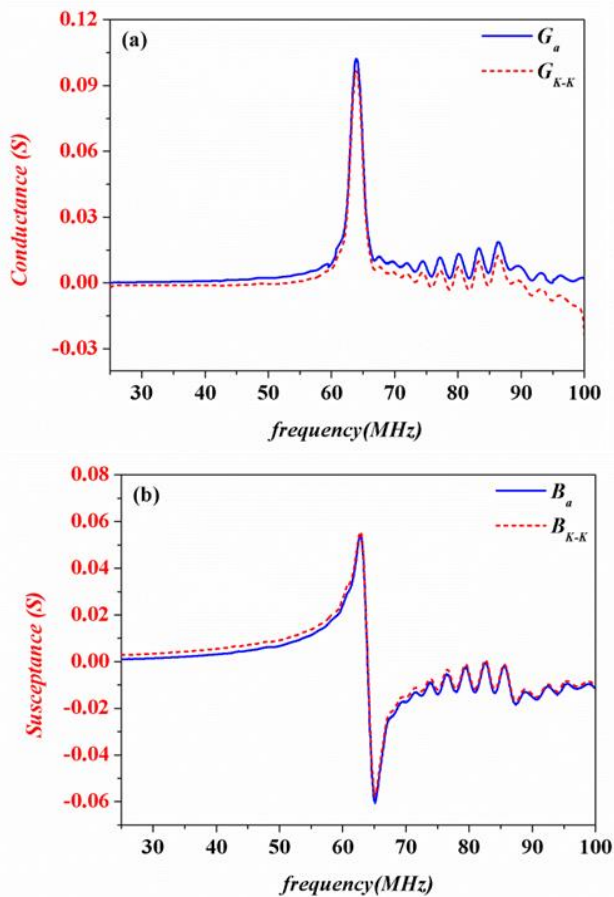
圖五：雙電極萃取參數  $R_s = 31.3$  (a)導納實部 (b)導納虛部

表4：雙電極之K-K進階參數萃取誤差表

$C_t$	$R_s$	$R_e$	$G_p$	$err_{G_{K-K}}$	$err_{B_{K-K}}$
$1.41 \times 10^{-10}$	31.3	0	0	$8.0998 \times 10^{-2}$	$2.3561 \times 10^{-3}$
$1.36 \times 10^{-10}$	31.3	0	0	$7.7375 \times 10^{-2}$	$8.2259 \times 10^{-3}$
$1.31 \times 10^{-10}$	31.3	0	0	$8.0794 \times 10^{-2}$	$6.7191 \times 10^{-3}$

### 3.5 完整參數萃取-雙電極

經由 K-K 進階參數萃取得到  $C_t = 1.36 \times 10^{-10}$ 、 $R_s = 30.2$  及  $R_e = 0.15$  時，導納實部有最小誤差  $4.3296 \times 10^{-2}$ ，虛部最小誤差  $6.3843 \times 10^{-3}$ 。最後固定這些項目再加上  $G_p$  即可做出完整的參數萃取。同樣由萃取的三組參數可以整理為表 5，可發現在  $G_p = 1.5 \times 10^{-4}$  時有最小的實部誤差  $4.1255 \times 10^{-2}$  與虛部誤差  $6.3736 \times 10^{-3}$ ，所以  $C_t = 1.36 \times 10^{-10}$ 、 $R_s = 30.2$ 、 $R_e = 0.15$ 、 $G_p = 1.5 \times 10^{-4}$  即是所要找的最佳化參數。



圖六： $C_t=1.36 \times 10^{-10}$ 、 $R_s=30.2$ 、 $R_e=0.15$  及  $G_p=1.5 \times 10^{-4}$   
(a)導納實部 (b)導納虛部

表5：雙電極之K-K完整參數萃取誤差表

$C_t$	$R_s$	$R_e$	$G_p$	$err_{G_{K-K}}$	$err_{B_{K-K}}$
$1.36 \times 10^{-10}$	30.2	0.15	$1.6 \times 10^{-4}$	$4.1121 \times 10^{-2}$	$6.3734 \times 10^{-3}$
$1.36 \times 10^{-10}$	30.2	0.15	$1.5 \times 10^{-4}$	$4.1255 \times 10^{-2}$	$6.3736 \times 10^{-3}$
$1.36 \times 10^{-10}$	30.2	0.15	$1.4 \times 10^{-4}$	$4.1389 \times 10^{-2}$	$6.3738 \times 10^{-3}$

#### 四、 結論

由單電極元件和雙電極元件的參數上比較，因兩種元件的結構在設計上是差不多的，只在叉指換能器上的單雙電極上有所不同，在所萃取參數的數值上也相差不多，但如果去比較誤差值，使用 K-K 定理，單電極之實部誤差與虛部誤差分別為  $2.2656 \times 10^{-2}$  與  $2.0581 \times 10^{-3}$ ，雙電極之實部誤差與虛部誤差分別為  $4.1255 \times 10^{-2}$  與  $6.3736 \times 10^{-3}$ 。由此得知，元件會因為量測時的一些變因而有所改變，如果能盡量減少不必要的干擾因素，將可以更有效精準的萃取出參數。

#### 參考文獻

- [1] S. Wu, Z. X. Lin, R. Ro and M. S. Lee, "Rayleigh and Shear Horizontal Surface Acoustic Properties of (100) ZnO Films on Silicon," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 57, no. 5, pp. 1237-1239, 2010.
- [2] R. Ro, Y. F. Chiang, C. C. Sung, R. Lee, and S. Wu, "Theoretical Analysis of SAW Propagation Characteristics in (100) Oriented

- AlN/Diamond Structure," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 57, no. 1, pp. 46-51, 2010.
- [3] A. Talbi, F. Sarry, L. Le Brizoual, O. Elmazria, and P. Alnot, "Sezawa mode SAW pressure sensors based on ZnO/Si structure," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 51, pp. 1421-1426, 2004.
- [4] H. M. Liaw and F. S. Hickernell, "The characterization of sputtered polycrystalline aluminum nitride on silicon by surface acoustic wave measurements," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 42, pp. 404-409, 1995.
- [5] G. F. Iriarte, "Surface acoustic wave propagation characteristics of aluminum nitride thin films grown on polycrystalline diamond," *J. Appl. Phys.*, vol. 93, pp. 9604-9609, 2003.
- [6] E. Iborra, L. Vergara, J. Sangrador, M. Clement, A. Sanz-Hervás, and J. Olivares, "Circuitual Model for the Analysis of the Piezoelectric Response of AlN Films Using SAW Filters," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 54, pp. 2367-2375, 2007.
- [7] M. Clement, L. Vergara, E. Iborra, A. Sanz-Hervás, J. Olivares, and J. Sangrador, "AlN-on-Si SAW filters: influence of film thickness, IDT geometry and substrate conductivity," *IEEE Ultrasonics Symposium*, 1900-1904, 2005.
- [8] V. Varadan, R. Ro, "Unique Retrieval of Complex Permittivity and Permeability of Dispersive Materials From Reflection and Transmitted Fields by Enforcing Causality," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 55, no. 10, pp. 2224-2230, Oct. 2007.