

# 表面聲波共振器之耦合參數萃取

王泰翔<sup>\*a</sup>、羅如燕<sup>a</sup>、林志勳<sup>a</sup>、吳信賢<sup>b</sup>、耿鈞煌<sup>a</sup>  
 義守大學 電機工程學系<sup>a</sup>  
 東方設計學院 電子與資訊系<sup>b</sup>

**摘要** — 本研究在鉬酸鋰(36° Y-X LiTaO<sub>3</sub>)壓電基板上研製共振頻率為 64.09 MHz 之單電極表面聲波共振器，利用網路分析儀量測由 25 到 100 MHz 間元件之頻率響應，進一步地利用耦合定理(coupled-mode theory)配合 KK 定理 (Kramers-Kronig relations)萃取壓電基板材料之等效速度、機電耦合係數及反射係數等參數。<sup>1</sup>

## 一、前言

由於近年來隨著通訊開放以及無線通訊技術的快速發展，發展趨勢的共通點都具有輕薄短小、高複製性、高可靠性及大量生產還能與 IC 製程技術結合等等，而表面聲波元件都包含上述優點，所以被廣泛運用在通訊領域，成為重要關鍵的零組件[1, 2]其中，在表面聲波元件設計上，耦合定理(coupled-mode theory)[3]被廣泛應用表面聲波元件的特性模擬分析上，包括聲訊號與電訊號之間的相互激發、表面聲波的波傳與反射散射現象。

利用耦合定理設計表面聲波元件，需要壓電基板材料的等效速度、機電耦合係數及反射係數等耦合參數，雖然目前市售壓電基板的耦合參數皆已發表，但因晶體成長過程、切面的誤差與元件製程時金屬電極材料與厚度的差異，都可能是造成同一壓電材料但其耦合參數卻不同的因素。因此，如何準確的萃取基板材料參數，將是設計元件前的一大課題。

本研究利用元件的製作與元件特性頻率響應的量測搭配耦合定理萃取基板材料的耦合參數。

## 二、研究方法

圖一為表面聲波共振器之傳輸矩陣方塊圖，其中 [T]、[D]及[G]分別表示叉指換能器、延遲線及反射器之傳輸矩陣；其中，叉指換能器[T]為一個 3x3 矩陣，延遲線距離[D]與反射器[G]皆為 2x2 傳輸矩陣，將叉指換能器矩陣[T]表示如下：

$$\begin{bmatrix} U_{ij-1}^+ \\ U_{ij-1}^- \\ I_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} U_{ij}^+ \\ U_{ij}^- \\ V_{ij} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中，U<sup>+</sup>與 U<sup>-</sup>分別表示正與負方向之傳遞波，第一個下標 i 表示第 i 層濾波器，第二個下標 j 表示第 j 埠表

面聲波元件，I 與 V 分別表示 IDT 電訊號埠的電流與電壓。

延遲線矩陣[D]每一元素表示式：

$$\begin{bmatrix} U_{ij-1}^+ \\ U_{ij-1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} U_{ij}^+ \\ U_{ij}^- \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} e^{j\beta l_{ij}} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta l_{ij}} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} U_{ij}^+ \\ U_{ij}^- \end{bmatrix}$$

反射器矩陣[G]表示式：

$$\begin{bmatrix} U_{ij-1}^+ \\ U_{ij-1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} U_{ij}^+ \\ U_{ij}^- \end{bmatrix} \quad (3)$$

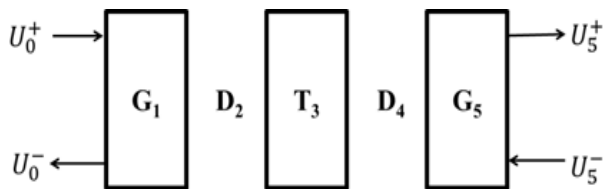
將(1)、(2)、(3)式帶入(4)式中，可以得到電流 I 及電壓 V。套用(5)式推算出導納的部份，實數(G<sub>com</sub>)和虛數(B<sub>com</sub>)。另外，利用網路分析儀量測到的頻率響應 S<sub>11</sub>，即可得到實數(G<sub>a</sub>)和虛數(B<sub>a</sub>)，進一步利用 KK 定理 (Kramers-Kronig relations)[4]，如式(7)，尋找實數(G)和虛數(B)間的最小誤差值。

$$\begin{bmatrix} U_0^+ \\ U_0^- \\ I \end{bmatrix} = [G_1 * [D_2 * [T_3 [D_4 * [G_5 * \begin{bmatrix} U_5^+ \\ U_5^- \\ V \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Y = \frac{I}{V} = G_{com} + jB_{com} \quad (5)$$

$$G_a + jB_a = \frac{1}{50(S_{11} + 1)/(S_{11} - 1)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} err - G_{com} &= \sum (G_a - G_{com})^2 \\ err - B_{com} &= \sum (B_a - B_{com})^2 \end{aligned} \quad (7)$$



圖一：表面聲波共振器之傳輸矩陣方塊圖

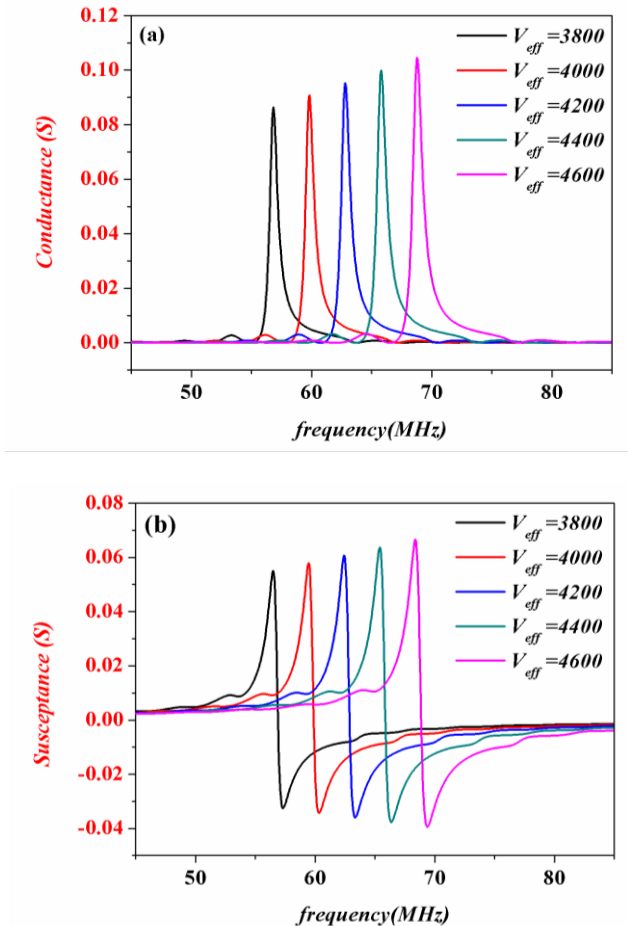
<sup>1</sup> 本研究由國科會贊助，計畫編號 NSC 100-2221-E-214-061-MY3、NSC 102-2811-E-214-001。

### 三、 結果與討論

為了解基板材料耦合參數與導納間的關係，先利用耦合理論探討等效速度、機電耦合係數及反射係數對導納之實部及虛部間的關係。

#### 3.1 等效速度之影響

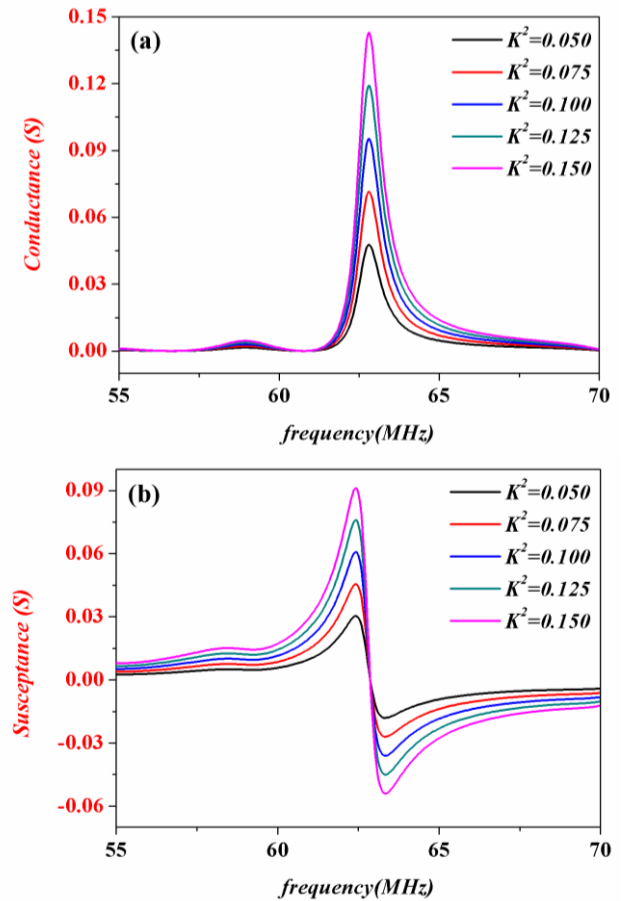
由元件實際量測共振頻率推算速度約是 4200 m/s。我們先只改變  $V_{eff}$ ，其範圍為 3800(m/s)~4600(m/s)之變化如圖二，由圖可以看到隨著  $V_{eff}$  之增減，導納實部及虛部的中心頻率也會成正比增減。



圖二：改變  $V_{eff}$  之變化(a)導納實部 (b)導納虛部

#### 3.2 機電耦合係數之影響

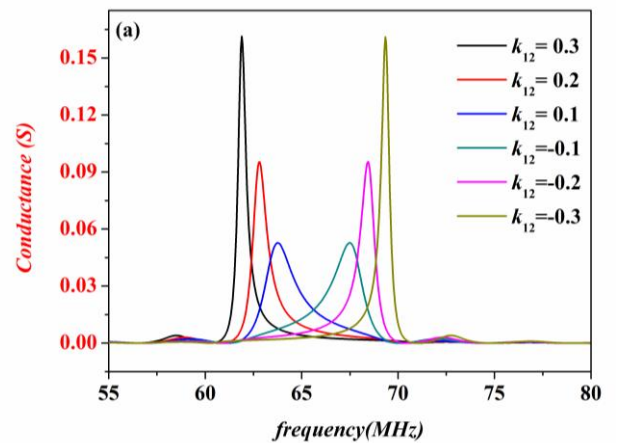
只改變  $K^2$ ，其範圍為 0.050~0.150 之變化如圖三，由圖可以看到隨著  $K^2$  之增減，導納實部及虛部的振幅成正比的變化。

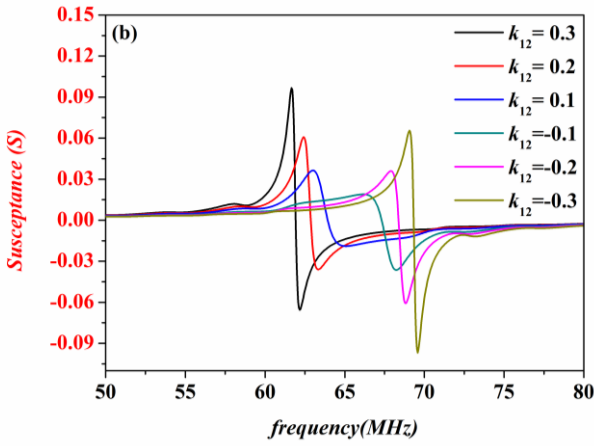


圖三：改變  $K^2$  之變化(a)導納實部 (b)導納虛部

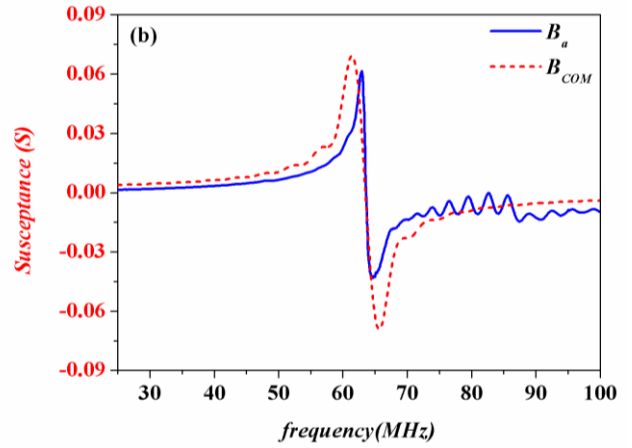
#### 3.3 反射係數之影響

最後只改變  $k_{12}$ ，觀察在  $k_{12}$  為 0.1、0.2、0.3 及 -0.1、-0.2、-0.3 的變化如圖四，由圖可以看到導納實部與虛部隨著  $k_{12}$  的增加，振幅有成比例越來越大但中心頻率是比例降低的趨勢。





圖四：改變  $k_{12}$  之變化(a)導納實部 (b)導納虛部



圖五：耦合參數初步萃取(a)導納實部 (b)導納虛部

### 3.4 參數初步萃取

研究中首先萃取 2 個參數值，並假設另外 1 個參數值為 0，等萃取出這 2 個參數後，再利用同樣的方法，去萃取第 3 個參數。在萃取的過程中，以最小誤差值來判定參數是否為最佳化的值。

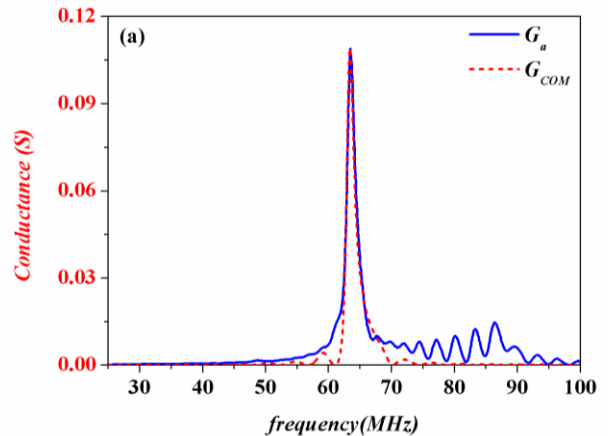
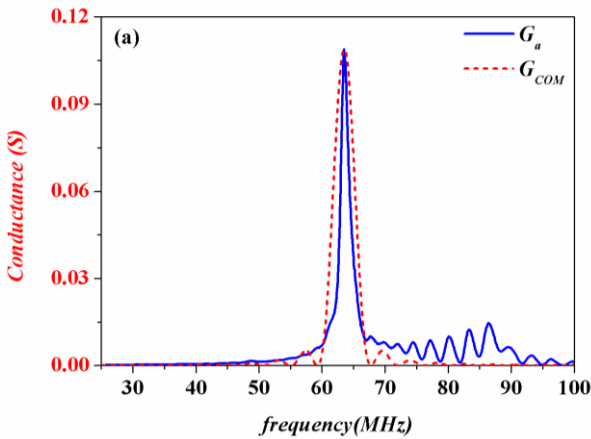
首先先萃取出等效速度  $V_{eff}$  及機電耦合係數  $K^2$ ，將反射係數  $k_{12}$  先設為 0，去做耦合定理的初步參數萃取。首先萃取參數  $V_{eff}=4115.1$  與  $K^2=0.313$ ，此時導納的實部誤差與虛部誤差分別為  $4.7216 \times 10^{-1}$  與  $5.0803 \times 10^{-1}$ 。接著萃取參數  $V_{eff}=4065.1$  與  $K^2=0.313$  得到實部誤差為  $4.1697 \times 10^{-1}$  與虛部誤差  $5.0881 \times 10^{-1}$ ，最後萃取參數  $V_{eff}=4065.1$  與  $K^2=0.343$  得實部誤差為  $5.5965 \times 10^{-1}$  與虛部誤差  $6.3090 \times 10^{-1}$ 。圖五(a)和(b)為萃取參數  $V_{eff}=4065.1$  及  $K^2=0.313$  之導納實部圖與虛部圖。

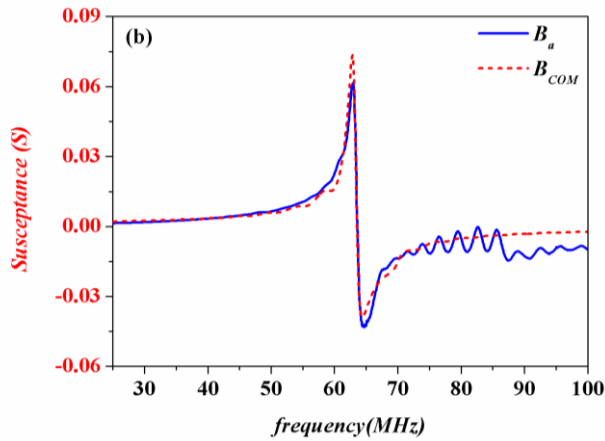
表 1：耦合定理初步參數萃取誤差表

$V_{eff}$	$K^2$	$k_{12}$	$C_1$	err_ $G_{COM}$	err_ $B_{COM}$
4115.1	0.313	0	$9.13 \times 10^{-11}$	$4.7216 \times 10^{-1}$	$5.0803 \times 10^{-1}$
4065.1	0.313	0	$9.13 \times 10^{-11}$	$4.1697 \times 10^{-1}$	$5.0881 \times 10^{-1}$
4065.1	0.343	0	$9.13 \times 10^{-11}$	$5.5965 \times 10^{-1}$	$6.3090 \times 10^{-1}$

### 3.5 參數完整萃取

最後加入反射係數  $k_{12}$ ，並且將等效速度  $V_{eff}$  及機電耦合係數  $K^2$  做微調，萃取三組參數做比較，首先萃取參數  $V_{eff}=4199.9$ 、 $K^2=0.165$  與  $k_{12}=0.149$ ，此時導納實部的誤差為  $1.7611 \times 10^{-1}$ ，虛部誤差為  $1.6394 \times 10^{-1}$ ，接著再萃取參數  $V_{eff}=4199.9$ 、 $K^2=0.165$  與  $k_{12}=0.129$ ，得到導納實部誤差  $7.4621 \times 10^{-2}$  與虛部誤差  $1.2609 \times 10^{-1}$ ，最後再萃取一組參數  $V_{eff}=4199.9$ 、 $K^2=0.165$  與  $k_{12}=0.109$ ，得導納實部誤差  $1.1658 \times 10^{-1}$  與虛部誤差  $1.3293 \times 10^{-1}$ 。圖六(a)和(b)為  $V_{eff}=4199.9$ 、 $K^2=0.165$  與  $k_{12}=0.129$  之導納實部及虛部。





圖六：耦合參數完整萃取(a)導納實部 (b)導納虛部

藉由上述完整參數萃取，我們可以得到成表 2 單電極之耦合完整參數萃取誤差表，而由表 2 我們可以知道在  $V_{\text{eff}}=4199.9$ 、 $K^2=0.165$  及  $k_{12}=0.129$  時，實部有最小誤差  $7.4621 \times 10^{-2}$ ，及虛部的最小誤差  $7.4621 \times 10^{-2}$ 。

表 2：耦合參數萃取誤差表

$V_{\text{eff}}$	$K_2$	$k_{12}$	$C_t$	err_GCOM	err_BCOM
4199.9	0.165	0.149	9.13E-11	1.7611E-01	1.6394E-01
4199.9	0.165	0.129	9.13E-11	7.4621E-02	1.2609E-01
4199.9	0.165	0.109	9.13E-11	1.1658E-01	1.3293E-01

#### 四、 結論

本研究利用耦合定理(coupled-mode theory)配合 KK 定理 (Kramers-Kronig relations)萃取表面聲波元件之耦合參數，實部誤差與虛部誤差分別為  $7.4621 \times 10^{-2}$  與  $3.7754 \times 10^{-1}$ ，等效速度 4199.9 m/s、機電耦合係數 0.165 及反射係數 0.129。

#### 參考文獻

- [1] L. Claiborne, G.S. Kino and E. Stern, "Special issue on surface acoustic wave devices and applications," Proc. IEEE, Vol. 64, No. 5, pp. 577-832, 1976.
- [2] C. K. Campbell, "Surface Acoustic Wave Devices for Mobile and Wireless Communications," Academic Press, Inc, 1998.
- [3] R. E. Collin, "Field theory of guided waves," McGraw-Hill Inc., New York, 1960.
- [4] V. Varadan, and R. Ro, "Unique Retrieval of Complex Permittivity and Permeability of Dispersive Materials From Reflection and Transmitted Fields by Enforcing Causality," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 55, no. 10, pp. 2224-2230, Oct. 2007.