

## A Study of Learning Achievements through Introspection Sheet to the Third-Grade Students in Junior High School-Taking Circle as an Example

I-LING HUANG<sup>1</sup> and Bih-Sheue Shieh<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup>Jin-cheng Junior High School, Tainan, Taiwan

<sup>2</sup>Department of Applied Mathematics, National University of Tainan Taiwan

### Abstract

The purpose of this study is to investigate the learning achievement of "mathematical introspection sheet" to the Third-Grade students in a junior high school. The researcher designed "mathematical introspection sheet" that based on the learning goals of the curriculum units, and the writing activity of "mathematical introspection sheet" would be held after class. The subjects were composed of 54 students in 9th-grade of a junior high school that in the suburb of Tainan city. There were 25 students in the experimental group taught the "mathematical introspection sheet" writing activities, and 29 students in the control group taught "traditional mathematical teaching method". The experiment was treated for 45 days and the experimental units were the second chapter of the fifth book-"circle". After the experiment, the two groups were compared on their learning achievements by statistical analysis of Independent-sample t-test. The students in the experimental group filled in the questionnaire in order to understand their opinions about "mathematical introspection sheet". Two months after the end of the experiment, the experimental group took the exam of the same subject as learning achievement exam. The result of the exam was compared with the first exam result by statistical analysis of dependent-sample t-test, to know if students keep the memory of the contents of the course. The main results are as follows:

1. The "Mathematical introspection sheet" teaching method is helpful for students in learning math.
2. The "Mathematical introspection sheet" teaching method is helpful for students to keep the memory of the contents.
3. Students with high-level ability in integration, analysis and link capacity do better than middle-level students and low-level students.
4. Most of the students think that "Mathematical introspection sheet" has a positive influence on the mathematics learning, not lead to too much pressure, and it helps students' Metacognitive ability in math.

**Keywords:** third-grade students in junior high school, meta-cognition, mathematical introspection sheet

# 數學回憶單對國中三年級學生數學學習成效之探討—

## 以「圓」為例

黃怡玲

台南市立金城國民中學

謝碧雪\*

國立台南大學應用數學系

### 摘要

本研究主旨在探討「數學回憶單」對於國中三年級學生數學學習效果之影響。研究者依據課程單元的學習目標自行設計的「數學回憶單」，並於課程結束後給學生進行書寫。以台南市偏郊區某國中三年級學生，共54位學生為研究對象。實驗時間為期45天，實驗單元為第五冊第二章—「圓」。於實驗後進行學業成就測驗，以獨立樣本t檢定的統計方法對實驗班及對照班進行數學學習成效之分析。並請實驗組學生完成「數學回憶單問卷調查」以了解學生對於書寫「數學回憶單」的看法，實驗結束後兩個月，實驗組學生再進行延後測，並將延後測成績與後測成績利用spss軟體進行相依樣本t檢定，以便瞭解數學回憶單對學生學習是否具有保留效果。茲將主要的研究結果摘述如下：

- 一、「數學回憶單教學法」對國中三年級學生於數學學習上是有助益的。
- 二、「數學回憶單教學法」對國中三年級學生數學學習上是有保留效果的。
- 三、高分組的學生對於統整歸納、分析及連結的能力明顯優於中分組及低分組。
- 四、大部分的學生對於「數學回憶單」對數學學習的影響是持正面看法的，不會造成太大的壓力，並且幫助學生運用後設認知的能力於數學學習上。

### 1. 緒論

近年來強調多元學習，因此數學課程的教學時數一直被剝奪，因此在教學時數有限的情況下，如何讓每個學生對數學課程的概念充分理解，達到教學及學習成效是現階段重要的課題。許多學者紛提出不同的教學方式，包括分組合作學習法、翻轉教學等概念，這些概念主要是提倡讓學生自主學習，但教學時間有限的時間下實在無法確實的實施，因此如何有效率的教學是值得探討的。本研究希望透過「數學回憶單」的書寫，提供學生歸納與反省的機會，甚至能夠內化到自己的知識架構中，讓這些概念能成為學生腦海中的長期記憶，也提供教師改進教學策略的參考，針對學生模糊不清的概念能即時再加以闡述。

本研究的目的是探討「數學回憶單」對於國中三年級學生數學學習是否具有效果。提出以下四個問題：

- 一、接受輔以「數學回憶單」教學法與接受「傳統教學法」之學生於數學學習上是否有差異？
- 二、接受輔以「數學回憶單」教學法之學生於數學學習上是否有保留效果？
- 三、不同程度的學生書寫「數學回憶單」的歷程探討。

#### 四、學生對於書寫「數學回憶單」的心得與感受——「數學回憶單問卷調查」

### 2. 文獻探討

#### 2.1. 後設認知理論

「後設認知」(metacognition)理論自從1970年代由學者Flavell提出後，就引起學者相當廣泛的討論與研究。雖然「後設認知」是一個新的詞，但其實此概念早已出現在閱讀文獻中。早期心理學家就認為閱讀是牽涉計劃、檢核、推理、思考、監控及評估等今日視為後設認知的活動。

後設認知模式不外乎靜態和動態兩方面的心理活動，後設認知之重要組成包括動機、認知經驗、認知知識及監控、調整行動等成分，在後設認知執行的歷程中，這些組成成分不斷在運作過程中產生交互作用，若要成功運用後設認知，必須先瞭解、掌握其組成成分及有關運作模式各部分之相關關係，透過行動、執行，方能有效應用後設認知進行個人學習之監控、評估、計畫與調整，達到事半功倍之學習成效。故本研究希望透過課後的數學回憶單讓學生能夠覺察、感覺自己所處的狀態歷程，並且能將所學快速儲存於自己認知的知識經驗中，最後才能監控並調整自己的認知活動以正確運用策略達成目的或任務。

#### 2.2. 記憶與遺忘

記憶可說是學習的表徵，因為學習由記憶表現，因此沒有記憶就沒有學習。記憶代表學習後的保留，但保留下的部分，未必全是個人所自知；個人經驗中所記憶者，只不過是保留的一部分。由於學習過程中沒有被理解的記憶，通常只能停留很短暫的時間，而且記憶一但流失，就無法重新回溯出來(黃敏晃, 1994)，因此主動運用策略來幫助記憶，能使學習者產生一種對自己記憶現狀的後設認知(meta-cognition)，並了解到如何針對不同記憶材料，配合記憶策略來做不同的編碼，以提升記憶效能(陳麒合, 2003)。

而記憶的反面是遺忘。遺忘與學習恰好相反，學習是行為建立的歷程，遺忘則是行為消失的歷程。人類在學習的過程中，有記憶當然也會產生遺忘。因此，記憶與遺忘是一體兩面的，也是學習成效中不可或缺的關鍵因素，教學者除了要思考如何讓學習者學會課程內容外，還要思考如何能讓學習者記的住，而這就是需要依賴課後的複習，幫學生複習的方法最常見的就是透過回家作業，讓學生邊做練習邊複習課程所學，而學生在寫回家作業的狀況常常不如預期，因此研究者希望能透過數學回憶單幫助學生回憶課程所學的重點也順便複習所學，讓學生更能記住課程內容而不至於遺忘的太快。

#### 2.3. 教材地位分析

本研究所使用的數學教材為康軒版，所習的單元為國中第五冊第二章——「圓」，是屬於幾何教材。國中的幾何課程從第三冊第二章的畢氏定理開始，學生開始學習直角三

角形的幾何概念，到了第四冊第二章的平面圖形，學生開始了一連串的幾何圖形課程，而圓的定義及相關名詞（圓心、半徑、弦、直徑、弓形、圓心角、扇形）即是在第四冊習得的概念，而第五冊第二章「圓」接著介紹圓的幾何性質，包含了點、直線、圓的位置關係，還有圓心角、圓周角、弦切角、圓內角、圓外角與其所對弧的度數關係以及圓的線段乘冪性質等。由於圓的幾何性質中，包含了畢氏定理的概念，且其性質證明中也必須用到三角形的全等及相似性質等，所包含的範圍相當廣泛，也承接了高中的幾何學，因而圓在國中幾何數學中占有相當重要的地位。

圓的幾何性質相當複雜，學習圓的幾何概念也相較其他單元來說更不容易，因此要如何讓學生掌握圓這個單元中所蘊含的脈絡便是教學者需要思考的，由於幾何概念相當重視圖像推理思考的認知歷程，研究者希望透過後設認知的策略來幫助學生學習推理思考。

## 2.4. 相關文獻探討

數學的學習對許多學生來說本來就不容易，文獻上有許多研究都是要利用學習者對於自己學習歷程的監控來探討學習的成效，其理念其實就是來自學習者的後設認知。以下介紹的是幾位學者對數學學習成效所做的研究，從中可以瞭解到後設認知與學習成效之間的關係：

- (一)陳依璟(2007)探討數學回憶單對國小高年級學生數學領域之學習成效。
- (二)溫淑貞(2008)以單元概念配合後設認知策略建立分數加減概念理解的歷程研究中，用單位概念配合後設認知策略，深入探討學童建立分數加減概念理解的歷程及其成效。
- (三)蔡勝偉(2010)探討數學回憶單對高職二年級數學學習成效之影響。
- (四)唐柏寧(2012)在台南市國三學生數學解題歷程與後設認知之研究中，探討台南市國三學生後設認知的行為表現對解題之影響。
- (五)鄭守堯(2013)以後設認知策略教學對國小六年級學生數學學習成效之實驗教學探討。

由以上相關文獻中發現，後設認知能夠幫助學習者有效建立學習的概念。而本研究希望能了解國中階段的學生是否也能採用後設認知策略來學習概念較繁雜的章節—圓。以往學生在學習「圓」這個單元時，由於概念較多也較為繁雜，而搞不清楚題目的解題方向，也常常把圓的多種角度給搞混。因此希望能透過回憶單，於課程結束後練習，給予學生立即性的回饋及反思，增進學生對該單元重點的統整與了解，並且在解題時能夠馬上與所學的概念作連結，提升解題的能力。

## 3. 研究方法

本研究依照正常的教學方式來進行，並依課程內容主題做分段，於課程告一段落後再讓學生書寫「數學回憶單」作為回顧、反省檢討。同時，為了解學生的想法，在實驗結束之後做問卷調查，以了解學生對於書寫「數學回憶單」的看法。本研究方法是將課



程結束後教師幫學生複習的時間，改以讓學生書寫回憶單的方式來代替。沒有額外增加上課的時數，也沒有加重學生作業的份量。

### 3.1. 研究對象

本研究挑選了台南市市郊的某國中三年級學生，共兩班，一班為實驗組學生，另一班則為對照組學生。透過兩班二年級下學期第三次數學段考成績做獨立樣本 t 檢定，分析結果發現兩班的差異性並不高( $p=.737>.05$ )，且該對照組班學生的表現較為穩定。因此，挑選其當作對照班，希望能真正測出實驗教學後的差異。

表 3-1-1 二年級下學期第三次段考成績—敘述統計量

	個數	平均數	標準差
實驗組	24	66.88	22.242
對照組	28	64.93	19.278

表 3-1-2 二年級下學期第三次段考成績—獨立樣本 t 檢定摘要表

假設變異數相等	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定		
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性(雙尾)
	.260	.613	.338	50	.737

### 3.2. 研究工具

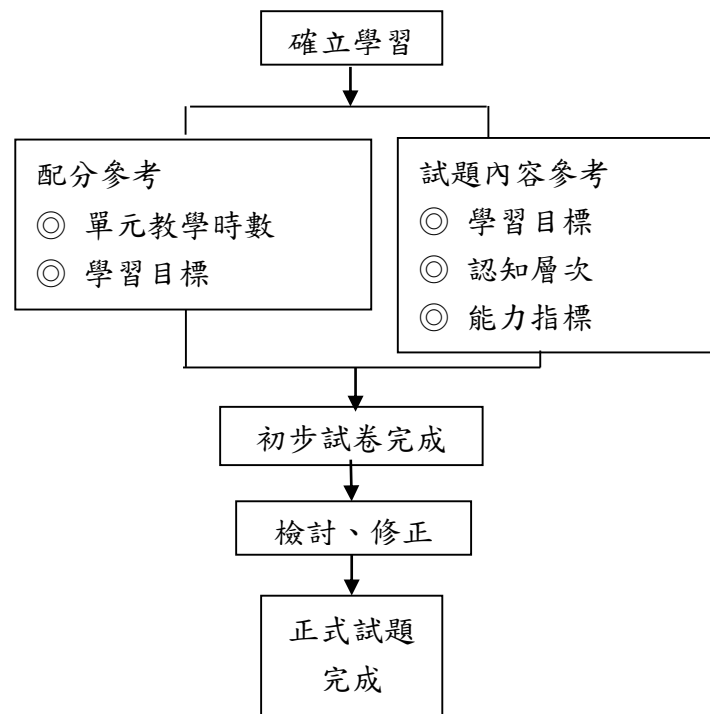
#### 3.2.1. 數學回憶單

乃依據課程目標編製而成，先將課程單元分段，並在每個分段課程結束後的隔天早修進行數學回憶單的書寫。題目為本單元的重點概念，作答方式採問答題形式，且採開放式答題，學生可依自己學習狀況作答，亦可畫圖作答。

#### 3.2.2. 期中評量—後測試卷

直接採用第二次段考試卷中符合本實驗單元的題目來當作成就測驗的評量工具。後測試卷編制流程如下：





本校試題皆由命題老師完成後再經由 2 至 3 位審題老師依據雙向細目表檢核是否符合學習能力指標，並與往年試題做比較以確認試題的合適性，所以後測試卷具有內容效度。

### 3.2.3. 延後測試卷

與後測試卷為同一份試卷，只是題目及題目數字變換順序，以便了解學生學習的保留效果。

### 3.2.4. 回憶單問卷調查表

本調查表乃參考陳依璟(2006)及自身教學經驗編製而成，目的在了解實驗班學生在書寫數學回憶單之後對於學習成效影響的想法及感受。

## 3.3. 實施程序

本研究是依據研究者於教學現場所遭遇的情況與教授共同擬定的教學實驗。研究流程大致分三個階段—實驗前準備、實驗期、後期分析，以下對整個教學實驗的程序加以說明。

### 3.3.1. 實驗前準備

本研究自民國一〇四年三月開始進行資料的蒐集，與指導教授討論後確定研究主題，並設計出實驗方法以進行研究，情形如下：

1. 確立研究目的及擬定待答問題。
2. 閱讀文獻資料並收集相關資訊，探討各研究學者的理論基礎。
3. 選定研究對象及適合的對照組，並蒐集研究對象資料。

4. 確立實驗課程單元並規劃實驗研究的流程。
5. 設計研究工具，包括數學回憶單以及回憶單問卷調查表。

### 3.3.2. 實驗期

#### 3.3.2.1. 第一階段：

此階段為實驗前的適應期，為了讓學生先瞭解回憶單的繕寫方式，因此先將回憶單上的問題告訴學生，而回憶單裡的內容是依據課堂中的上課重點編列，讓學生事先準備，利用課程隔天的早修或課堂開始的時間讓學生回答回憶單上的問題，並回憶前天的上課內容。

此階段的目的是希望訓練所有的學生把已習得的知識利用數學回憶單具體的形式表達出來。

#### 3.3.2.2. 第二階段：

此階段為本實驗正式實施階段，透過第一階段的學習後，學生大致已經知道回憶單的書寫方式，而此階段同前一階段，仍是利用課程隔天的早修或課堂開始的時間讓學生書寫回憶單，不同的是，不再提示學生回憶單上的內容，而讓學生依據課堂中老師強調的重點，自己整理課程重點。

此階段的目的是希望學生(尤其是高分組和中分組)能夠歸納和統整已習得的知識。

### 3.3.3. 後期分析

1. 實驗結束後進行學業成就測驗，試題為此次段考內容，以了解實驗組與對照組之學生於數學學習上是否有顯著差異。
2. 預計於學期結束前實施延後測，用以檢視數學回憶單對數學學習是否具有保留效果。
3. 問卷調查:實驗結束後，利用問卷調查方式去了解學生對於本實驗的感想。

## 4. 研究成果

### 4.1. 學習成效的探討

分析後測測驗的結果，在輔以數學回憶單的教學實驗大約於十月中結束，並於隔周利用學校的段考時間進行學業成就測驗，測驗時間為 45 分鐘。其後將實驗班與對照班的後測成績進行獨立樣本  $t$  檢定，以便比較實驗教學是否具有成效。其結果分析如下：  
(一) 實驗班所得的後測平均分數為 65.38，標準差為 20.261；而對照班的後測平均分數為 55.21，標準差為 20.269 因此由平均成績來看實驗班的成績顯著優於控制班。

(二)由獨立樣本 t 檢定的結果落入拒絕區( $p$  值為  $.039 < .05$ )，因此後測成績達顯著差異。

綜合上述可知，接受輔以「數學回憶單教學法」的學生其後測成績明顯優於接受「傳統教學法」之學生，因此也說明了「數學回憶單教學法」在學生的數學學習上是有成效的。

#### 4.2. 保留效果的探討

主要在探討實驗班延後測的測驗結果，以瞭解其對實驗單元的記憶保留效果。因此於實施學業成就測驗(後測)後間隔了二個月以上的時間再進行延後測，其施測時間亦為 45 分鐘。接著將後測與延後測的成績輸入 SPSS 軟體進行成對樣本 t 檢定，其結果分析如下：

(一)實驗班所得的後測平均分數為 65.38，標準差為 20.261；而實驗班的延後測平均分數為 65.63，標準差為 22.421。因此由平均成績來看，實驗班的學業成就測驗的成績略低於延後測成績。值得注意的是，前測、後測及延後測的標準差皆很大，可知在常態編班的情況下，學生在國中階段較難的單元學習差異是很大的。

(二)由成對樣本 t 檢定的結果落入接受區( $p$  值為  $.944 > .05$ )，因此後測與延後測成績未達顯著差異。

綜合上述可知，接受輔以「數學回憶單教學法」的學生其後測成績與延後測成績差異性並不高，因此也說明了「數學回憶單教學法」在學生的數學學習上是有保留效果的。

#### 4.3. 不同程度的學生書寫「數學回憶單」的歷程探討

主要在探討實驗班學生書寫數學回憶單的學習歷程。首先將學生依程度(參考實驗班於實驗教學前的第三次段考的測驗成績為依據)分成高分組、中分組、低分組三組，並於三組學生中各取其中一名當作高、中、低分組的學生代表。研究者收集了三組學生代表的數學回憶單，並從每一張數學回憶單中挑選一至兩題題目，來分析並探討不同程度的學生書寫「數學回憶單」的歷程及差異(參見附錄一)。

從分析結果發現，高分組的學生對於統整歸納、分析及連結的能力明顯優於中分組及低分組。但值得注意的是，整個書寫的歷程中並不盡然是成績高的才寫得好，中分組及低分組所寫的內容還是會有讓人驚喜之處，從一開始所寫的內容可能不完整甚至錯誤百出，到後來越寫越多，過程內容也越臻於完整，可見其書寫數學回憶單的能力進步相當多，也讓學生更有自信去書寫「數學回憶單」，並從中了解自己學習中的迷思概念，而老師亦可從學生的書寫的內容中覺察其理解的程度，並於批改完數學回憶單後，於課堂上再做概念的補充及加強。

#### 4.4. 「數學回憶單問卷」的統計結果

本次數學回憶單的問卷調查，目的在了解學生對書寫數學回憶單的態度及想法，以做為研究者日後實施及改進的參考。

##### 4.4.1. 「數學回憶單問卷」內容

1. 我對於寫數學重點回憶單的感覺是？
2. 寫數學重點回憶單對我來說並不困難。
3. 寫數學重點回憶單可以幫助我更快瞭解課程內容。
4. 因為要寫數學重點回單，所以我上課會更專心。
5. 寫數學重點回憶單會讓我感到很大的壓力。
6. 寫數學重點回憶單前，我會預先準備。
7. 你覺得數學重點回憶單可以如何修改內容？（例如：增加其他形式的問題、改變施行的方式……）

##### 4.4.2. 調查結果

題號	喜歡	不喜歡	不確定
1	8 人( 32% )	4 人( 16% )	13 人( 52% )
題號	是	不是	不確定
2	12 人 ( 48% )	6 人( 24% )	7 人( 28% )
3	16 人( 64% )	1 人 ( 4% )	8 人( 32% )
4	15 人( 60% )	8 人( 32% )	2 人( 8% )
5	4 人( 16% )	13 人( 52% )	8 人( 32% )
6	11 人( 44% )	10 人( 40% )	4 人( 16% )

由上表可以得知：

1. 一成六的學生不喜歡寫數學回憶單，而大部分的學生並不排斥。
2. 約五成的學生認為寫數學回憶單並不困難。
3. 超過六成的學生認為寫數學回憶單可以幫助他們更快瞭解課程內容。
4. 有六成的學生覺得因為要寫數學回憶單，所以上課會更專心。
5. 有五成以上的學生並不覺得書寫數學回憶單有很大的壓力。
6. 有四成以上的學生在寫數學回憶單之前會事先準備。

## 5. 結論與建議

### 5.1. 結論

(一)「數學回憶單教學法」對學生於數學學習上是有助益的。

(二)「數學回憶單教學法」對學生於數學學習上是有保留效果的。

(三)不同程度的學生書寫數學回憶單的歷程探討中可知，高分組的學生對於概念的理  
解較為透徹，除了能夠依照題目詳實回答外，更能夠對於其問題做證明及推理，對於統  
整歸納、分析及連結的能力明顯優於中分組及低分組。中分組學生回答問題較為中規中  
矩且不夠詳盡，幾乎是只能依照題目及上課所教授過的內容回答問題，較無法作證明概  
念及推論，但是由其所書寫的內容可知學生已能掌握大部分的課程重點。低分組學生所  
書寫的內容明顯較不完整且錯誤百出，但到後來學生卻能越寫越多，過程內容也越臻於  
完整，可見其書寫數學回憶單的能力進步相當多，而且也較能掌握課程重點，不再像以  
往於課程結束後概念還是模糊不清，也讓學生更有自信去書寫「數學回憶單」。

(四)大部分的學生對數學回憶單是持正面看法的，而且只要上課有專心去聽懂，就覺  
得寫起來簡單且容易，因此不會造成太大的壓力，而寫數學重點回憶單時，學生能再回  
想所學的內容並加深印象，並且更了解每個單元的重點為何，而且也能檢視自己還有些  
概念沒學會，而寫不出來的題目也能透過訂正後再加強。因此，不管書寫數學回憶單  
的過程中，學生到底能不能詳實回答出所有的重點概念為何，但於書寫數學回憶單過後，  
能幫助學生自我檢視學習狀況並且達到複習的功效，這正是後設認知技巧的展現。

## 5.2. 建議

### 5.2.1. 在數學回憶單的設計方面

依據問題的內容給予適當的空間，不用留太多空白，以免造成學生書寫壓力，如果  
學生作答時發現空間不夠，亦可請學生於空白的背面繼續作答。

初期書寫的內容儘量簡單扼要，讓學生覺得不困難，就不會有壓力而產生排斥，  
而且盡量採用問答題，答案內容可以多元方式回答，有寫到關鍵字即可，甚至是可以  
讓學生畫圖說明。多習幾回合後，待學生的表達能力增進，就可以增加項目，如：舉  
個例子說明或證明、學後心得等。

### 5.2.2. 在數學回憶單教學方面

書寫初期學生勢必無法抓到重點，因此一開始就要明確的跟學生說清楚書寫時的  
注意事項，並強調這不是考試、不打分數、沒有所謂的對錯，只要將上課中學到的內  
容寫下即可，讓學生不至於產生壓力及排斥，至於語文表達能力欠佳的學生，除了可  
以畫圖表示外，教學者可以利用下課時間，用口頭詢問的方式來明瞭其想法。並且可  
以選出幾位寫的比較好的學生，將其所寫的內容公布在布告欄上讓其他人參考，學生

可以從中了解到書寫的方法，抓到重點。進行幾回合後，程度中上的學生大多就能抓到訣竅。

教師於數學回憶單上即時的鼓勵回饋對學生來說就是很好的動力，對於原本都寫不出來的學生，到某次若能夠寫出一點內容，教師就可以立即的給予鼓勵，給予「有進步喔！越寫越好了呢！」「很棒呢！相信你可以寫更多的，加油！」等評語，讓學生感受到鼓舞，會更願意認真填答。另外，寫得好的學生可以利用加平時分數或者給予一點小獎品，讓學生更有動力來書寫數學回憶單喔！

### 5.2.3. 在數學回憶單的使用時機方面

並非每個單元都適用數學回憶單的教學，本研究挑選國中第五冊第二章—「圓」來當作研究單元，是因為「圓」這個單元有相當多的概念及重點，容易使初學者感到混淆，因此透過數學回憶單的書寫可以提升學生對於本單元的認知能力，幫助學生釐清各個重點的概念為何，才能抓住重點來解題。因此當教學者依據以往的經驗發現學生學習的效果不彰時，便可利用數學回憶單的書寫幫助學生釐清課程重點，提高學習效果。因此，並非每個單元都要施行數學回憶單，這樣才不會造成教學者的壓力，也不會讓學生因為常常書寫數學回憶單而感到厭煩。

### 5.2.4. 未來研究方向的建議

能夠學習到利用數學學習單的教學法實在讓我獲益良多，也解決了我多年來的疑問，為何明明學生上課都能聽得懂，回去寫作業卻總是一知半解的原因。有了讓學生書寫數學回憶單後，我才發現原來學生於上完課後對於教師所教授的內容還是一知半解，而學生自己也不清楚自己的問題在哪，透過書寫數學回憶單後，才能找出自己的迷思概念，抓住學習重點！

但是數學回憶單比較讓教學者傷腦筋的一點就是必須立即批改給予學生回饋，否則效果將會大大的減半。因此，教師可以針對教學成效較差的單元進行「數學回憶單」的教學法，並不用每個單元都施行，且教師可以自行設計數學回憶單的內容，讓自己更方便批改。其實，批改主要的目的是要讓教師了解學生的學習成效，以調整教學，至於批改後的回饋可於上課時再和全班的學生一起分享。這樣一來，不管是程度好或不好的學生都可以再一次複習課程內容，並且了解自己的學習狀況。

數學領域以外的領域亦可以嘗試使用回憶單來增進學生對於課程內容的了解，且回憶單的設計是也是整個實驗教學的重點，如何透過回憶單上的問題讓學生思考並了解到課程的重點是實驗最主要的目的，另外回憶單亦可與試卷結合，讓學生能夠更了解數學題目與概念之間的關聯。

## 6. 參考文獻

- 王仁宏(2004)。後設認知策略教學對國小補校成人學生閱讀理解成效影響之研究。國立中正大學成人及繼續教育研究所碩士論文。
- 江美娟(2001)。後設認知策略教學對國小數學學習障礙學生解題成效之研究。國立彰化師範大學特殊教育研究所碩士論文。
- 幸曼玲(1989)。由後設認知談知識的結構。研習資訊，52，12-14。
- 林清山、張景媛(1993)。國中生後設認知、動機信念與數學解題策略之關係研究。教育心理學報，第26期，53-74頁。
- 洪蘭譯(2001)。Larry, R. S. & Eric, R. K. 原著。透視記憶。台北:遠流。
- 唐柏寧(2012)。台南市國三學生數學解題歷程與後設認知之研究—以2010年台南市市長盃國民中學數學競賽第一階段試題為例。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 涂金堂(民88)。後設認知理論對數學解題教學的啟示。教育研究資訊，第7期，第1卷，122-137頁。
- 袁炳泉(1987)。記憶缺陷與記憶術的訓練。特殊教育季刊，23：9-12。
- 張景媛(1990)。後設認知能力與資優教育。資優教育季刊，34，6-9。
- 張昇鵬(1995)。資賦優異學生後設認知能力與創造思考能力關係之研究。特殊教育研究學刊，13，221-240。
- 張定綺(譯)(2005)。記憶力(Scott, H. 著)。台北市:商智文化。
- 陳依環(2007)。回憶單對國小高年級學生數學領域學習成效之探討。國立臺南大學數學教育研究所碩士論文。
- 陳麒合(2003)。記憶策略訓練對工作記憶容量的影響。國立中正大學心理學研究所碩士論文，未出版，嘉義。
- 黃敏晃(1994)。國民小學數學新課程之精神。國民小學數學科新課程概說(低年級)(頁1-19)。台北縣:台灣省國民學校教師研習會。
- 溫淑貞(2007)。以單位概念配合後設認知策略建立分數加減概念理解的歷程之研究。國立臺南大學數學教育研究所碩士論文。

蔡勝偉(2010)。探討數學回憶單對高職二年級數學學習成效之影響。國立臺南大學數學教育研究所碩士論文。

鄭守堯(2013)。後設認知策略教學對國小六年級學生數學學習成效之實驗研究。國立高雄師範大學教育系課程與教學碩士班碩士論文，高雄。

魏麗敏(1995)。後設認知學習理論與策略。學生輔導雙月刊，38，66-75。

國家教育大辭典。後設認知 Meta-Cognition 網址：<http://terms.naer.edu.tw/detail/1307383/>

國家教育大辭典。後設認知策略 Metacognitive Strategies 網址：

<http://terms.naer.edu.tw/detail/1307399/>

MB 記憶銀行。艾賓豪斯的遺忘曲線。檢索日期：2015 年 3 月 10 日網址：

<http://memobank.pixnet.net/blog/post/24950161-艾賓豪斯的遺忘曲線>

維基百科。遺忘曲線。檢索日期：2015 年 3 月 10 日網址：<http://zh.wikipedia.org/wiki/遺忘曲線>

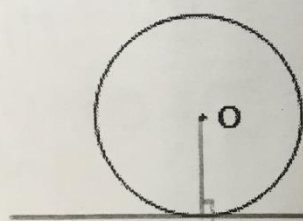
## 附錄一

### 一、單元 2-1 點、線、圓 part1

3.何謂圓的切線？有哪些特性？說明並畫圖呈現。

高  
分  
組

3. 何謂圓的切線？有哪些特性？說明並畫圖呈現。



切線交於圓上任一點  
且圓心到切線的最短  
距離必為半徑

學習者能夠確實的寫出切線的性質並且能畫圖呈現圓心到切線的距離與切線垂直。

中  
分  
組

3. 何謂圓的切線？有哪些特性？說明並畫圖呈現。

怪怪的

直線B為圓O的切線就是在圓上的切線且切線與圓心垂直，

與圓有一個交點

最短距離為半徑

$OB = \text{半徑}$

學習者能夠明白呈現切線性質但對於切線的定義說法有誤。

二、單元 2-1 點、線、圓 part2

3. 請說明何謂弦心距？並畫圖說明弦與弦心距的性質。

高分組

3. 請說明何謂弦心距？並畫圖呈現弦與弦心距的性質。

圓心於任一弦的最短距離為弦心距

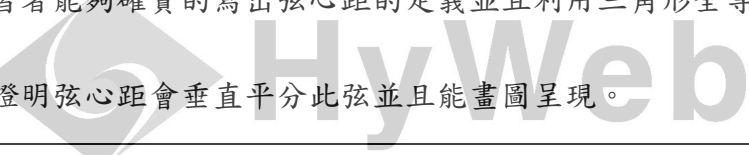
$OC$  必垂直平分  $AB$

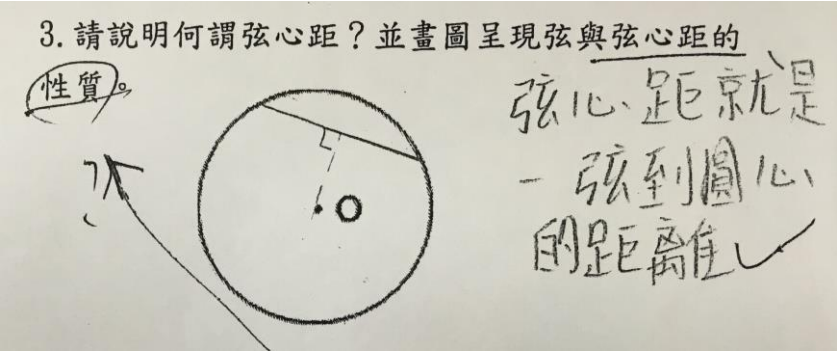
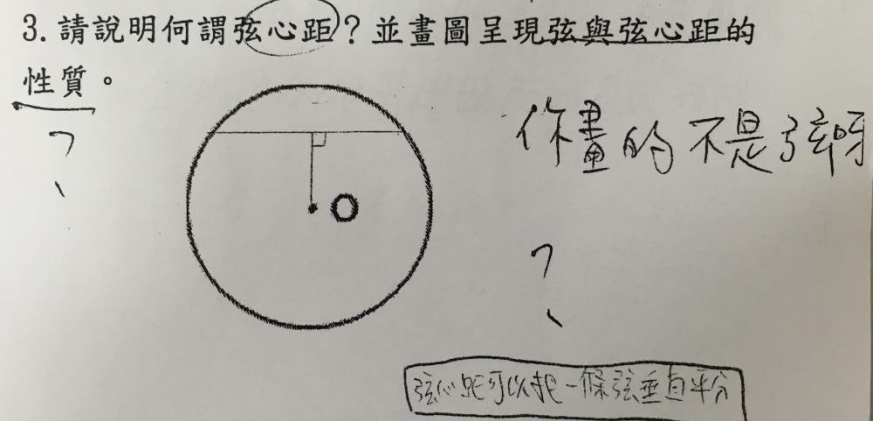
$\overline{AO} = \overline{BO}$        $OC = OC$

$\angle OCA = \angle OCB = 90^\circ$        $\triangle AOC = \triangle BOC$  (RHS)

學習者能夠確實的寫出弦心距的定義並且利用三角形全等性質

來證明弦心距會垂直平分此弦並且能畫圖呈現。

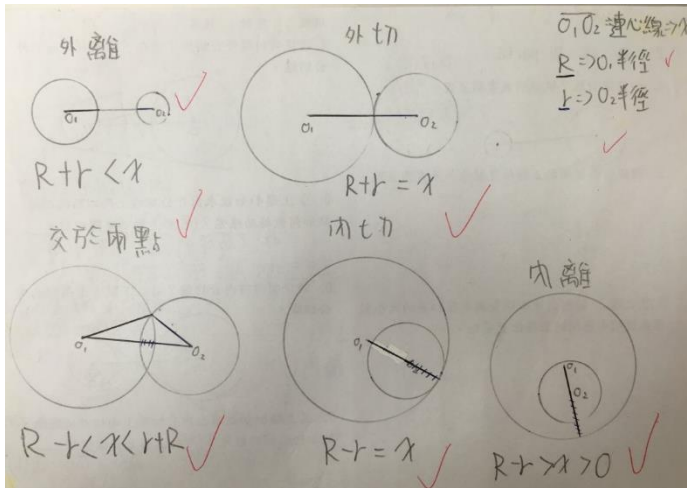


<p>中分組</p>	<p>3. 請說明何謂弦心距？並畫圖呈現弦與弦心距的性質。</p>  <p>學習者能夠寫出弦心距的定義，但並沒有寫出弦心距的性質。</p>
<p>低分組</p>	<p>3. 請說明何謂弦心距？並畫圖呈現弦與弦心距的性質。</p>  <p>學習者原本的內容畫的是切線，無法寫出及畫出弦心距的定義及性質，圖中的內容是學習者訂正過的結果。</p>

三、單元 2-1 點、線、圓 part3

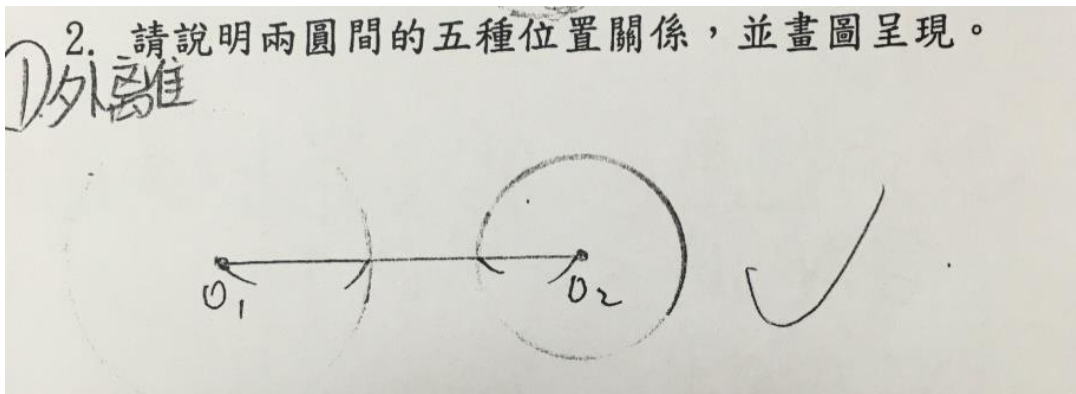
<p>2. 請說明兩圓間的五種位置關係，並畫圖呈現。</p> <p>3. 呈上題 2，請利用連心線長與半徑和差的大小關係來說明兩圓間的五種位置關係。</p>
--

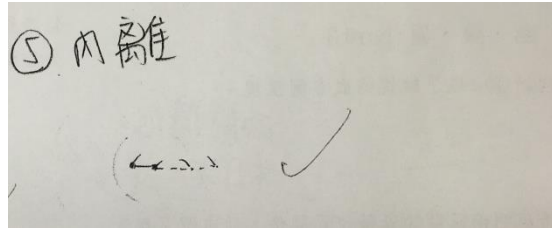
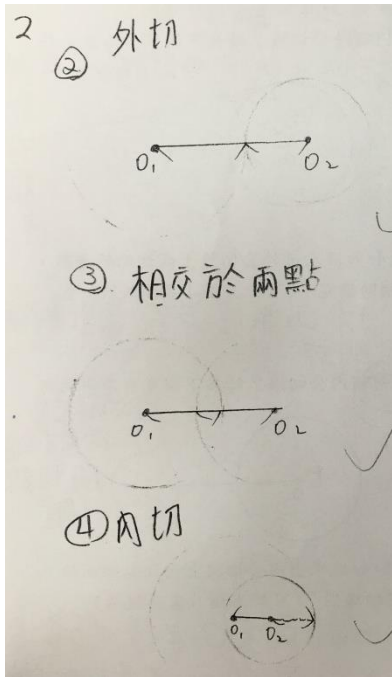
高  
分  
組



學習者能夠確實地寫出兩圓間的五種位置關係並能夠畫圖呈現說明  
連心線長與半徑和差的大小關係。

中  
分  
組





學習者能夠確實的說明並畫圖呈現兩圓的位置關係。

3. 呈上題 2，請利用連心線長與半徑和差的大小關係來說明兩圓間的五種位置關係。

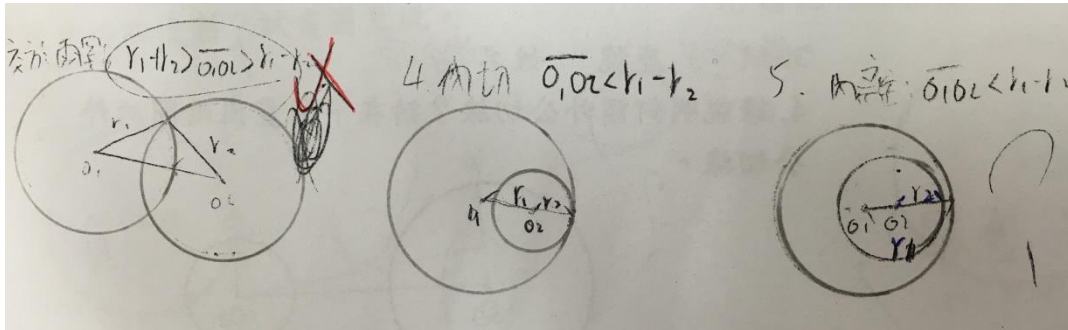
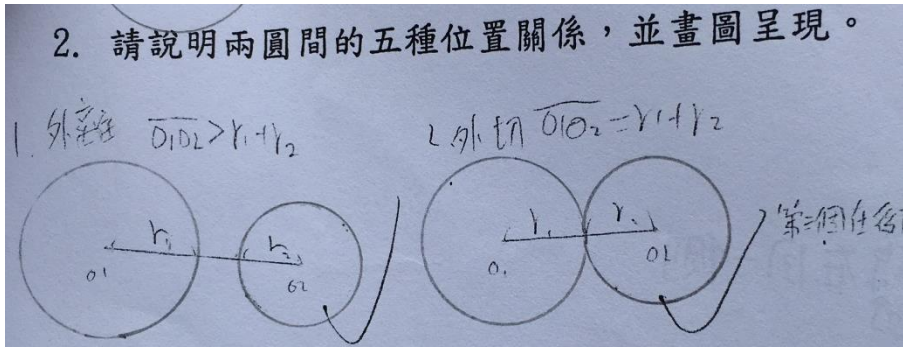
- ① 兩圓連心線長大於兩圓半徑相加  
所以是外離 ✓
- ② 兩圓連心線長 = 兩圓半徑相加  
∴ 是外切 ✓
- ③ 兩圓連心線長大於兩圓半徑相減  
小於兩圓半徑相加 ∴ 是相交於兩點 ✓

- 3 ④ 兩圓連心線長等於兩圓半徑相減 ∴ 是內切 ✓
- ⑤ 兩圓連心線長小於兩圓半徑相減大於 0 ∴ 是內離 ✓

學習者能夠利用連心線長與半徑和差的大小關係來說明兩圓間的五種位置關係。



低  
分  
組

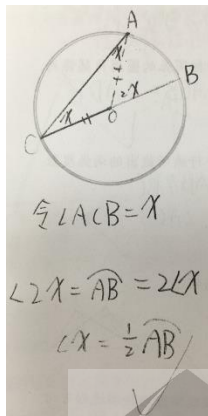


學習者能夠說明並畫圖呈現兩圓間的五種位置關係，但無法確實說明  
連心線長與半徑和差的大小關係。

四、單元 2-2 圓心角、圓周角與弦切角 part1

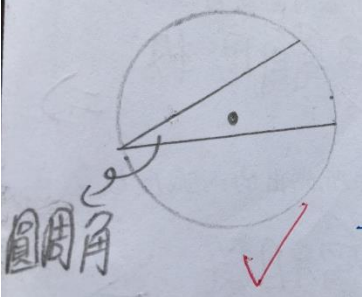
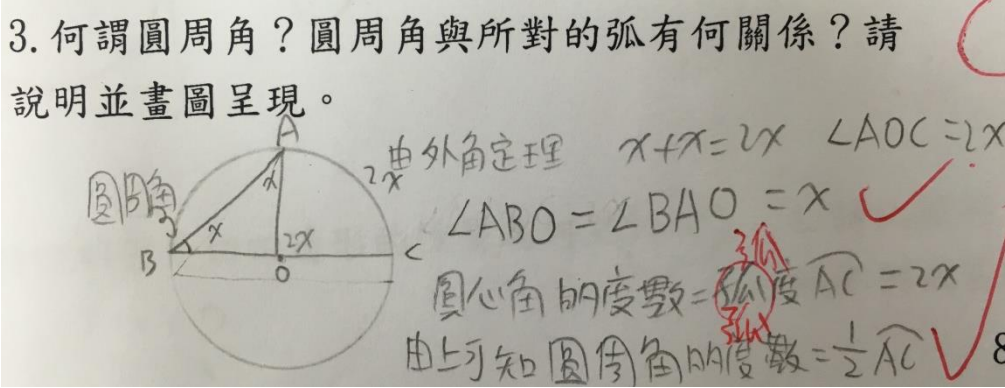
3. 何謂圓周角？圓周角與所對的弧有何關係？請說明並畫圖呈現。

高分組



學習者能夠利用外角定理證明  
圓周角為所對弧度數的一半並  
且能夠畫圖呈現圓周角與所對  
弧度數的關係。



<p>中分組</p>	<p>3. 何謂圓周角？圓周角與所對的弧有何關係？請說明並畫圖呈現。</p> <p>且頂點在圓周上</p> <p>圓周角是兩條弦所夾的角</p> <p>圓周角的度數是所對弧度數的一半</p>  <p>學習者能夠說明圓周角與所對弧的關係，但對於圓周角的定義說明不夠詳盡且相較於高分組學生，中分組學生無法用外角定理來證明。</p>
<p>低分組</p>	<p>3. 何謂圓周角？圓周角與所對的弧有何關係？請說明並畫圖呈現。</p>  <p>學習者能夠利用外角定理證明圓周角為所對弧度數的一半並且能夠畫圖呈現圓周角與所對弧度數的關係。相較於前幾次的回憶單內容，可見其書寫數學回憶單的能力進步相當多。</p>

五、單元 2-2 圓心角、圓周角與弦切角 part2

1. 何謂弦切角？何謂圓內角？何謂圓外角？請說明並畫圖呈現。

高分組

1. 何謂弦切角?何謂圓內角?何謂圓外角?請說明並畫圖呈現。  
 任二弦在圓內夾的角  $\angle APD, \angle APB$   
 $\angle EPD, \angle CPD$   
 任一弦和切點所夾的角:  $\angle LAB, \angle ABD$   
 2. 請說明弦切角與其所夾弧度數的關係。  
 任二割線或一切一割線在圓外夾的角  $\angle APB$

學習者能夠確實說明並畫圖呈現弦切角、圓內角及圓外角。

中分組

1. 何謂弦切角?何謂圓內角?何謂圓外角?請說明並畫圖呈現。  
 (1)  $\angle 1$  = 弦切角  
 (2)  $\angle 2, \angle 3$  = 圓內角  
 (3) 圓外角  
 圓一弦和圓上一切線所夾的角  
 2. 請說明弦切角與其所夾弧度數的關係。  
 如上圖(1):  $\angle 4 = 90^\circ$   
 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$   
 $\therefore \angle 1 = \angle 3 = \frac{1}{2} \widehat{ACB}$   
 圓兩條弦所夾的圓內角  
 圓的兩條切線或割線在圓外所夾的圓外角  
 你的證明是或割線在圓外所夾的  
 自己想的嗎?

學習者能夠畫圖呈現弦切角、圓內角及圓外角，但說明的內容有誤，且並沒有把弦切角、圓內角及圓外角的定義寫出來，圖中的內容是學習者訂正過的結果。

低分組

1. 何謂弦切角?何謂圓內角?何謂圓外角?請說明並畫圖呈現。  
 (1)  $\angle ABS = \widehat{AB} \times \frac{1}{2}$   
 $\angle LAB = 90^\circ - \angle 1 = \widehat{HAB} - \widehat{HA} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$   
 2. 請說明弦切角與其所夾弧度數的關係。  
 弦切角是所夾弧度數的  $\frac{1}{2}$   
 由外角定理  
 $\angle 1 + \angle 2 = \angle APB$   
 $\angle 1 = \frac{1}{2} \widehat{DC}$   $\angle APB = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{DC})$   
 $\angle 2 = \frac{1}{2} \widehat{CD}$   
 $\angle 1 = \frac{1}{2} \widehat{AB}$   
 $\angle P = \frac{1}{2} (\widehat{CD} - \widehat{AB})$

學習者能夠畫圖呈現弦切角、圓內角及圓外角，並且能夠用外角定理說明弦切角、圓內角及圓外角與所對弧的關係，但學習者並沒有把弦切角、圓內角及圓外角的定義寫出來，不過亦可看出學習者書寫數學回憶單的能力進步相當多。